

1 Som 15 kan met 663 (op  $\frac{3!}{2!} = \binom{3}{2} = 3$  manieren), 654 (op  $3! = 6$  manieren) en 555 (op 1 manier).  
Dus totaal  $3 + 6 + 1 = 10$  gunstige uitkomsten.

Dubbel onderstreept betekent:  
"niet alleen" in de genoteerde volgorde

2a  $P(\text{som} \neq 5) = 1 - P(\text{som} = 5) = 1 - \frac{4}{36} = \frac{32}{36} (= \frac{8}{9})$ .      2c  $P(\text{som} \geq 10) = \frac{6}{36} (= \frac{1}{6})$ .

2b  $P(\text{som} \geq 4) = 1 - P(\text{som} < 4) = 1 - \frac{3}{36} = \frac{33}{36} (= \frac{11}{12})$ .      2d  $P(\text{som} \leq 10) = 1 - P(\text{som} > 10) = 1 - \frac{3}{36} = \frac{33}{36} (= \frac{11}{12})$ .

3	nCr	2+3!+1	10
6	7	8	9
5	6	7	8
4	5	6	7
3	4	5	6
2	3	4	5
1	2	3	4
+	1	2	3
	4	5	6
	7	8	9

3a  $P(\text{som} \leq 22) = 1 - P(\text{som} > 22) = 1 - P(\text{som} = 23 \text{ of } \text{som} = 24) = 1 - \frac{5}{1296} = \frac{1291}{1296}$ . (zie de uitleg hieronder)

Som 23 kan met 6665 en som 24 met 6666. Dus totaal  $\binom{4}{3} + 1 = 4 + 1 = 5$  gunstige uitkomsten.

Het aantal mogelijke uitkomsten met vier dobbelstenen is  $6 \times 6 \times 6 \times 6 = 1296$ .

3b  $P(\text{som} \geq 7) = 1 - P(\text{som} \leq 6) = 1 - P(\text{som} = 4 \text{ of } \text{som} = 5 \text{ of } \text{som} = 6) = 1 - \frac{15}{1296} = \frac{1281}{1296}$  (eventueel  $= \frac{427}{432}$ ).

Som 4 met 1111, som 5 met 1112 en som 6 met 1122 en 1113. Dus totaal  $1 + \binom{4}{3} + \binom{4}{2} + \binom{4}{3} = 15$  gunstige uitkomsten.

4	nCr	3+1	5
6^4			1296
1-5/1296+Frac			$\frac{1291}{1296}$
■	1+4 nCr	3+4 nCr	
2+4 nCr	3		
1-15/6^4+Frac			15
■			$\frac{427}{432}$

4a  $P(\text{minstens één prijs}) = 1 - P(\text{geen prijs}) = 1 - P(0 \text{ euro}) = 1 - P(3 \times € 0) = 1 - \frac{\binom{43}{3}}{\binom{50}{3}} \approx 0,370$ .      ■  $\frac{1-43}{r^3} \text{nCr } 3 \times 50 \text{ nCr} .3703571429$

4b  $P(100 \text{ euro}) = P(1 \times € 100) + P(2 \times € 50) = \frac{\binom{1}{1} \cdot \binom{43}{2}}{\binom{50}{3}} + \frac{\binom{2}{2} \cdot \binom{43}{1}}{\binom{50}{3}} \approx 0,048$ .      ■  $\frac{1+43}{r^3} \text{nCr } 2+1+43 \text{ nCr} 1 .946$   
 $\text{Ans}/50 \text{nCr } 3 .0482653061$

4c  $P(\text{minstens } 30 \text{ euro}) = 1 - P(\text{minder dan } 30 \text{ euro}) = 1 - (P(3 \times € 0) + P(1 \times € 10) + P(2 \times € 10))$   
 $= 1 - \left( \frac{\binom{43}{3}}{\binom{50}{3}} + \frac{\binom{4}{1} \cdot \binom{43}{2}}{\binom{50}{3}} + \frac{\binom{4}{2} \cdot \binom{43}{1}}{\binom{50}{3}} \right) \approx 0,173$ .      ■  $\frac{43}{r^3} \text{nCr } 3+4+43 \text{ nCr} 16211 .1729081633$   
 $1-\text{Ans}/50 \text{nCr } 3$

5  $P(\text{afkeuren}) = 1 - P(\text{goedkeuren}) = 1 - \frac{\binom{37}{3}}{\binom{40}{3}} \approx 0,214$ .      ■  $\frac{1-37}{r^3} \text{nCr } 3/40 \text{ nCr} .213562753$

6a  $P(\text{geen uit Californië}) = \frac{\binom{98}{8}}{\binom{100}{8}} \approx 0,846$ .      6b  $P(\text{één uit Arizona en één uit Florida}) = \frac{\binom{2}{1} \cdot \binom{2}{1} \cdot \binom{96}{6}}{\binom{100}{8}} \approx 0,020$ .      ■  $\frac{98}{r^8} \text{nCr } 8/100 \text{ nCr} 8 .8456565657$   
 $2 \text{nCr } 1+2 \text{nCr } 1+2 .96$   
 $8 \text{nCr } 6/100 \text{nCr } 8 .0199271061$

7a  $P(\text{louter meisjes}) = \frac{\binom{8}{4}}{\binom{12}{4}} \approx 0,141$ .      ■  $\frac{8}{r^4} \text{nCr } 4/12 \text{nCr } 4 .1414141414$   

	meisje	jongen	totaal
vwo	3	2	5
niet vwo	5	2	7
totaal	8	4	12

7b  $P(\text{precies 2 op het vwo}) = \frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{7}{2}}{\binom{12}{4}} \approx 0,424$ .      7c  $P(\text{precies 1 jongen niet op het vwo}) = \frac{\binom{2}{1} \cdot \binom{10}{3}}{\binom{12}{4}} \approx 0,485$ .      ■  $\frac{5}{r^4} \text{nCr } 2+7 \text{nCr } 2/12 \text{nCr } 4 .4242424242$   
 $2 \text{nCr } 1+10 \text{nCr } 3 .12 \text{nCr } 4 .4848484848$

8a  $P(\text{nummer 14 bij de eerste drie}) = \frac{\binom{1}{1} \cdot \binom{15}{2}}{\binom{16}{3}} \approx 0,188$ .      8c  $P(\text{nummers 3, 7, 8 en 9 bij de eerste acht}) = \frac{\binom{4}{4} \cdot \binom{12}{4}}{\binom{16}{8}} \approx 0,038$ .  
 $\frac{1}{r^6} \text{nCr } 1+15 \text{nCr } 2/16 \text{nCr } 3 .1875$

8b  $P(\text{nummers 1, 2 en 3 bij de laatste drie}) = \frac{\binom{3}{3}}{\binom{16}{3}} \approx 0,002$ .      ■  $\frac{3}{r^6} \text{nCr } 3/16 \text{nCr } 3 .0017857143$   
 $\frac{4}{r^8} \text{nCr } 4+12 \text{nCr } 4/16 \text{nCr } 8 .0384615385$

9a  $P(\text{minstens één volleyballer moet wachten}) = 1 - P(\text{geen volleyballer moet wachten}) = 1 - \frac{\binom{46}{6}}{\binom{54}{6}} \approx 0,637$ .      ■  $\frac{1-46}{r^6} \text{nCr } 6/54 \text{nCr} .6373268611$

9b  $P(\text{de heer Aalderink en zijn secretaresse hoeven niet te wachten}) = \frac{\binom{52}{6}}{\binom{54}{6}} \approx 0,788$ .      ■  $\frac{52}{r^6} \text{nCr } 6/54 \text{nCr} .7882599581$

- 10a  $P(\text{alle zes getallen kleiner dan } 20) = \frac{\binom{19}{6}}{\binom{44}{6}} \approx 0,004.$   $\boxed{\begin{array}{l} 19 \text{ nCr } 6/44 \text{ nCr } 6 \\ .0038435756 \\ 1 \text{ nCr } 1*39 \text{ nCr } 6 \\ /44 \text{ nCr } 6 \\ .0815629351 \end{array}}$
- 10b  $P(40 \text{ en vijf getallen kleiner dan } 40) = \frac{\binom{1}{1} \cdot \binom{39}{5}}{\binom{44}{6}} \approx 0,082.$   $\boxed{\begin{array}{l} 6 \text{ nCr } 4*38 \text{ nCr } 2 \\ /44 \text{ nCr } 6 \\ .0014938266 \\ 6 \text{ nCr } 3*1 \text{ nCr } 1* \\ 37 \text{ nCr } 2/44 \text{ nCr } 6 \\ .0018869389 \end{array}}$
- 10c  $P(\text{derde prijs}) = \frac{\binom{6}{4} \cdot \binom{38}{2}}{\binom{44}{6}} \approx 0,001.$   $\boxed{\begin{array}{l} 6 \text{ nCr } 4*38 \text{ nCr } 2 \\ /44 \text{ nCr } 6 \\ .0014938266 \\ 6 \text{ nCr } 3*1 \text{ nCr } 1* \\ 37 \text{ nCr } 2/44 \text{ nCr } 6 \\ .0018869389 \end{array}}$
- 10d  $P(\text{vierde prijs}) = \frac{\binom{6}{3} \cdot \binom{1}{1} \cdot \binom{37}{2}}{\binom{44}{6}} \approx 0,002.$   $\boxed{\begin{array}{l} 3 \text{ nCr } 2*2/4*2/4* \\ 1/4 \\ .1875 \end{array}}$
- 11a  $P(\underline{rrw}) = \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{4} = 0,0625 \approx 0,063.$   $\boxed{\begin{array}{l} 2/4*2/4*1/4 \\ .0625 \end{array}}$
- 11b  $P(\underline{rrw}) = \binom{3}{2} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{4} = 0,1875 \approx 0,188.$   $\boxed{\begin{array}{l} 3 \text{ nCr } 2*2/4*2/4* \\ 1/4 \\ .1875 \end{array}}$
- 12a  $P(33) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} = 0,05.$   $\boxed{\begin{array}{l} 1/4*1/5 \\ 3/4*3/5 \\ .05 \end{array}}$
- 12c  $P(\underline{\bar{2}\bar{2}}) = P(2\bar{2}) + P(\bar{2}2) = \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{5} + \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{5} = 0,5.$   $\boxed{\begin{array}{l} 2/4*3/5+2/4*2/5 \\ .5 \\ 1-2/4*3/5 \\ .7 \end{array}}$
- 12b  $P(\bar{1}\bar{1}) = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5} = 0,45.$   $\boxed{\begin{array}{l} 3/4*3/5 \\ .45 \end{array}}$
- 12d  $P(\text{minstens één } 2) = 1 - P(\bar{2}\bar{2}) = 1 - \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{5} = 0,7.$   $\boxed{\begin{array}{l} 8 \text{ nCr } 1*2*5*(3/5) \\ 8 \text{ nCr } 1^8 \\ .98957952 \\ 1-(3/5)^8 \\ .98320384 \end{array}}$
- 13a  $P(\underline{\bar{2}\bar{2}\bar{2}\bar{2}\bar{2}\bar{2}\bar{2}}) = \binom{8}{1} \cdot \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^7 \approx 0,090.$   $\boxed{\begin{array}{l} 8 \text{ nCr } 4*4 \text{ nCr } 1* \\ (2/5)^7*4*1/5*(2/5) \\ .0917504 \end{array}}$
- 13b  $P(\text{minstens een } 1) = 1 - P(\bar{1}\bar{1}\bar{1}\bar{1}\bar{1}\bar{1}\bar{1}) = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^8 \approx 0,983.$   $\boxed{\begin{array}{l} 8 \text{ nCr } 1*1/5*(4/5) \\ 8 \text{ nCr } 1^8 \\ .32768 \end{array}}$
- 13c  $P(\underline{11111333}) = \binom{8}{5} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^3 \approx 0,005.$   $\boxed{\begin{array}{l} 8 \text{ nCr } 1*1/5*(4/5) \\ 8 \text{ nCr } 1^5 \\ .33554432 \end{array}}$
- 13d  $P(\underline{11113222}) = \binom{8}{4} \cdot \left(\frac{4}{5}\right) \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^4 \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 \approx 0,092.$   $\boxed{\begin{array}{l} 1-4/5 \\ 1-(4/5)^6 \\ .737856 \end{array}}$
- 14a  $P(\bar{v}\bar{v}\bar{v}\bar{v}\bar{v}\bar{v}) = \left(\frac{4}{5}\right)^5 \approx 0,328.$   $\boxed{\begin{array}{l} 1-4/5 \\ 1-(4/5)^5 \\ .32768 \end{array}}$
- 14c  $P(\underline{vvvvvvvv}) = \binom{8}{1} \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^7 \approx 0,336.$   $\boxed{\begin{array}{l} 1-4/5 \\ 1-(4/5)^7 \\ .33554432 \end{array}}$
- 14b  $P(\text{minstens één } v) = 1 - P(\text{geen } v) = 1 - P(\bar{v}\bar{v}\bar{v}\bar{v}\bar{v}\bar{v}) = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^6 \approx 0,738.$   $\boxed{\begin{array}{l} 1-4/5 \\ 1-(4/5)^6 \\ .737856 \end{array}}$
- 15  $P(\text{afgekeurd}) = 1 - P(\text{goedgekeurd}) = 1 - P(gggg) = 1 - 0,98 \cdot 0,70 \cdot 0,95 \cdot 0,92 \approx 0,400.$   $\boxed{\begin{array}{l} 1-0.98*0.7*0.95* \\ 0.92 \\ .400436 \end{array}}$
- 16a  $P(\underline{4\bar{4}\bar{4}}) = \binom{3}{1} \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{27}{64}.$   $\boxed{\begin{array}{l} 3 \text{ nCr } 1*1/4*(3/4) \\ 3^2*\text{Frac} \\ 27/64 \end{array}}$
- 16b  $P(\text{minstens één } 2) = 1 - P(\bar{2}\bar{2}\bar{2}) = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{37}{64}.$   $\boxed{\begin{array}{l} 1-(3/4)^3 \\ 1-(3/4)^3*\text{Frac} \\ 37/64 \end{array}}$
- 17a  $P(\text{minstens twee slagen}) = 1 - P(\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s}) - P(\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s}) = 1 - 0,78^8 - \binom{8}{1} \cdot 0,22 \cdot 0,78^7 \approx 0,554.$   $\boxed{\begin{array}{l} 1-0.78^8-8/8 \text{ nCr } 1 \\ *0.22*0.78^7 \\ .5538345511 \end{array}}$
- 17b  $P(6 \text{ of } 7 \text{ slagen}) = P(\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s}) + P(\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s}) = \binom{12}{6} \cdot 0,53^6 \cdot 0,47^6 + \binom{12}{7} \cdot 0,53^7 \cdot 0,47^5 \approx 0,434.$   $\boxed{\begin{array}{l} 12 \text{ nCr } 6*0.53^6* \\ 0.47^6+12 \text{ nCr } 7* \\ 0.53^7*0.47^5 \\ .4341329198 \end{array}}$
- 17c  $P(\text{hoogstens twee zakken}) = P(\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s}) + P(\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s}) + P(\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s}) = 0,71^{10} + \binom{10}{1} \cdot 0,29 \cdot 0,71^9 + \binom{10}{2} \cdot 0,29^2 \cdot 0,71^8 \approx 0,410.$   $\boxed{\begin{array}{l} 0.71^{10+10} \text{ nCr } 1 \\ *0.29*0.71^9+10 \\ 0.53^8*0.29^2*0.71 \\ .4098985115 \end{array}}$
- 18a  $P(\text{drie keer } 2, \text{ een keer } 3 \text{ en acht keer iets anders}) = P(\underline{2223aaaaaaa}) = \binom{12}{3} \cdot \binom{9}{1} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{4}{6}\right)^8 \approx 0,060.$   $\boxed{\begin{array}{l} 12 \text{ nCr } 3*9 \text{ nCr } 1 \\ *(1/6)^3*4*(4/6)^8 \\ .0596115091 \end{array}}$
- 18b  $P(\underline{112233445566}) = \binom{12}{2} \cdot \binom{10}{2} \cdot \binom{8}{2} \cdot \binom{6}{2} \cdot \binom{4}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \approx 0,003.$   $\boxed{\begin{array}{l} 12 \text{ nCr } 2*10 \text{ nCr } 2*8 \\ 2*4 \text{ nCr } 2*6 \text{ nCr } 2*4 \\ 12 \text{ nCr } 2*1/6 \\ .0034382859 \end{array}}$
- 18c  $P(\text{????????????e}) = 1^{11} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6} \approx 0,167. (\text{? betekent: de worp maakt niet uit, e staat voor eerste worp})$   $\boxed{\begin{array}{l} 1^{11} \\ 1/6 \\ .1666666667 \end{array}}$
- 18d  $P(\text{vierde keer voor het eerst een } 6) = P(\bar{6}\bar{6}\bar{6}6) = \left(\frac{5}{6}\right)^3 \cdot \frac{1}{6} \approx 0,096.$   $\boxed{\begin{array}{l} (5/6)^3*1/6 \\ .0964506173 \end{array}}$
- 18e  $P(\text{minstens vijf keer gooien voor de eerste } 6) = P(\text{eerste vier keer geen } 6) = P(\bar{6}\bar{6}\bar{6}6) = \left(\frac{5}{6}\right)^4 \approx 0,482.$   $\boxed{\begin{array}{l} (5/6)^4 \\ .4822530864 \end{array}}$
- 19a  $P(\text{kinderdagverblijf } = 2) = P(\underline{kk\bar{k}\bar{k}\bar{k}\bar{k}\bar{k}}) = \binom{8}{2} \cdot 0,14^2 \cdot 0,86^6 \approx 0,222.$   $\boxed{\begin{array}{l} 8 \text{ nCr } 2*0.14^2*0. \\ 86^6 \\ .2220264986 \end{array}}$
- 19b  $P(\text{betaalde oppas } \geq 2) = 1 - P(\text{betaalde oppas } < 2) = 1 - (P(\text{betaalde oppas } = 0) + P(\text{betaalde oppas } = 1)) = 1 - (P(\bar{b}\bar{b}\bar{b}\bar{b}\bar{b}\bar{b}\bar{b}) + P(\underline{bb\bar{b}\bar{b}\bar{b}\bar{b}\bar{b}})) = 1 - \left(0,95^8 + \binom{8}{1} \cdot 0,05 \cdot 0,95^7\right) \approx 0,057.$   $\boxed{\begin{array}{l} 1-0.95^8-8/8 \text{ nCr } 1 \\ 1*0.05*0.95^7 \\ .0572446503 \end{array}}$
- 19c  $P(\text{geen oppas } > 6) = P(\text{geen oppas } = 7) + P(\text{geen oppas } = 8) = P(\underline{gggggggg}) + P(\underline{gggggggg}) = \binom{8}{7} \cdot 0,74^7 \cdot 0,26 + 0,74^8 \approx 0,343.$   $\boxed{\begin{array}{l} 5\%+21\% = 26\% \text{ heeft oppas} \\ (\text{betaald dan wel onbetaald}) \\ .3426661037 \end{array}}$
- 19d  $P(\text{geen opvang } = 6) = P(\underline{\bar{o}\bar{o}\bar{o}\bar{o}\bar{o}\bar{o}\bar{o}\bar{o}\bar{o}\bar{o}\bar{o}}) = \frac{\binom{12}{6} \cdot \binom{16}{4}}{\binom{28}{10}} \approx 0,128.$   $\boxed{\begin{array}{l} 28-12=16 \text{ met kinderopvang} \\ (\text{kinderdagverblijf of oppas}) \\ 12 \text{ nCr } 6*16 \text{ nCr } 10 \\ 4/28 \text{ nCr } 10 \\ .1281464531 \end{array}}$

19e  $P(\text{kinderdagverblijf} \geq 2) = 1 - P(\text{kinderdagverblijf} < 2) = 1 - (P(\text{kinderdagverblijf} = 0) + P(\text{kinderdagverblijf} = 1))$   
 $= 1 - (P(\underline{\bar{k}\bar{k}\bar{k}\bar{k}\bar{k}\bar{k}\bar{k}\bar{k}\bar{k}}) + P(\underline{\bar{k}\bar{k}\bar{k}\bar{k}\bar{k}\bar{k}\bar{k}\bar{k}\bar{k}\bar{k}\bar{k}\bar{k}\bar{k})) = 1 - \left( \frac{\binom{20}{10}}{\binom{28}{10}} + \frac{\binom{8}{1} \cdot \binom{20}{9}}{\binom{28}{10}} \right) \approx 0,884.$

$\begin{matrix} 1-(20 \\ nCr \\ 10/28 \\ nCr \\ 10+8 \\ 0 \\ 0) \end{matrix}$	$\begin{matrix} 10/28 \\ nCr \\ 10+8 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}$
$\begin{matrix} 8 \\ nCr \\ 9/28 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} nCr \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{matrix}$
$.8835309618$	

20a  $P(\text{een rode uit I}) = \frac{\text{aantal gunstige uitkomsten}}{\text{aantal mogelijke uitkomsten}} \text{ (kansdefinitie van Laplace)} = \frac{\text{aantal rode knikkers in I}}{\text{totaal aantal knikkers in I}} = \frac{a}{10}.$

$P(\text{een zwarte uit I}) = \frac{\text{aantal gunstige uitkomsten}}{\text{aantal mogelijke uitkomsten}} \text{ (Laplace)} = \frac{\text{aantal zwarte knikkers in I}}{\text{totaal aantal knikkers in I}} = \frac{10-a}{10}.$

20b  $P(\text{een rode uit II}) = \frac{\text{aantal gunstige uitkomsten}}{\text{aantal mogelijke uitkomsten}} \text{ (Laplace)} = \frac{\text{aantal rode knikkers in II}}{\text{totaal aantal knikkers in II}} = \frac{b}{8}.$

$P(\text{een zwarte uit II}) = \frac{\text{aantal gunstige uitkomsten}}{\text{aantal mogelijke uitkomsten}} \text{ (Laplace)} = \frac{\text{aantal zwarte knikkers in II}}{\text{totaal aantal knikkers in II}} = \frac{8-b}{8}.$

21a  $\boxed{\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{10} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}.}$

21b  $\boxed{\frac{2}{3} + \frac{3}{10} = \frac{20}{30} + \frac{9}{30} = \frac{29}{30}.}$

21c  $\boxed{4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.}$

21d  $\boxed{8 \cdot \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{7} = \frac{8}{3} + \frac{8}{21} = \frac{56}{21} + \frac{8}{21} = \frac{64}{21}.}$

$$\begin{aligned} & 2/3*3/10 \Rightarrow \text{Frac} \quad 1/5 \\ & 2/3+3/10 \Rightarrow \text{Frac} \quad 29/30 \\ & 4*1/3*1/2 \Rightarrow \text{Frac} \quad 2/3 \\ & 8*1/3+2/3*4/7 \Rightarrow \text{Frac} \quad 64/21 \end{aligned}$$

21e  $\boxed{1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}.}$

21f  $\boxed{3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 = 3 \cdot \frac{4}{25} = \frac{12}{25}.}$

21g  $\boxed{\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{6} + \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{18} + \frac{2}{18} = \frac{7}{18}.}$

21h  $\boxed{6 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \frac{3}{8} \cdot 5 = 6 \cdot \frac{9}{16} - \frac{15}{8} = \frac{54}{16} - \frac{30}{16} = \frac{24}{16} = \frac{3}{2}.}$

$$\begin{aligned} & 1-1/3*1/4 \Rightarrow \text{Frac} \quad 11/12 \\ & 3*(2/5)^2 \Rightarrow \text{Frac} \quad 12/25 \\ & 1/3*5/6+2/9*1/2 \Rightarrow \text{Frac} \quad 7/18 \\ & 6*(3/4)^2-3/8*5 \Rightarrow \text{Frac} \quad 3/2 \end{aligned}$$

22a  $\boxed{5 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 + 3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3 = 5 \cdot \frac{27}{64} + 3 \cdot \frac{1}{64} = \frac{135}{64} + \frac{3}{64} = \frac{138}{64} = \frac{69}{32}.}$

22b  $\boxed{4 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5} + 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{15} + \frac{6}{15} = \frac{14}{15}.}$

22c  $\boxed{\left(\frac{3}{4}\right)^2 + \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{8} = \frac{9}{16} + \frac{5}{16} + \frac{6}{16} = \frac{20}{16} = \frac{5}{4}.}$

22d  $\boxed{\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} + 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{12} = \frac{6}{12} + \frac{5}{24} = \frac{12}{24} + \frac{5}{24} = \frac{17}{24}.}$

22e  $\boxed{1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} - 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = 1 - \frac{3}{15} - \frac{3}{12} = 1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{4} = 1 - \frac{4}{20} - \frac{5}{20} = \frac{11}{20}.}$

22f  $\boxed{\frac{3}{\frac{5}{2}} - 2\frac{1}{3} - 2 \cdot \frac{1}{3} = 3 \cdot \frac{5}{2} - \frac{7}{3} - \frac{2}{3} = \frac{15}{2} - \frac{9}{3} = 7\frac{1}{2} - 3 = 4\frac{1}{2}.}$

23a  $\boxed{\frac{5}{p} + \frac{4}{q} = \frac{5q}{pq} + \frac{4p}{pq} = \frac{4p+5q}{pq}.}$

23e  $\boxed{\frac{6-p}{\frac{2}{3}} = (6-p) \cdot \frac{3}{2} = \frac{18}{2} - \frac{3}{2}p = 9 - \frac{3}{2}p.}$

23b  $\boxed{\frac{5}{p} \cdot \frac{4}{q} = \frac{20}{pq}.}$

23f  $\boxed{\frac{a-5}{a} \cdot \frac{8-a}{3} = \frac{(a-5) \cdot (8-a)}{3a} = \frac{8a-a^2-40+5a}{3a} = \frac{-a^2+13a-40}{3a}.}$

23c  $\boxed{1 + \frac{5}{p} = \frac{p}{p} + \frac{5}{p} = \frac{p+5}{p}.}$

23g  $\boxed{\frac{5}{a} + \frac{7-a}{3} = \frac{15}{3a} + \frac{a \cdot (7-a)}{3a} = \frac{15}{3a} + \frac{7a-a^2}{3a} = \frac{-a^2+7a+15}{3a}.}$

23d  $\boxed{\frac{p}{3} \cdot \frac{2-p}{5} = \frac{p \cdot (2-p)}{15} = \frac{2p-p^2}{15}.}$

23h  $\boxed{3 \cdot \frac{5}{n} \cdot \frac{2-n}{n} + \frac{5}{n} \cdot \frac{n-1}{n} = \frac{15 \cdot (2-n)}{n^2} + \frac{5 \cdot (n-1)}{n^2} = \frac{30-15n+5n-5}{n^2} = \frac{-10n+25}{n^2}.}$

24a  $\boxed{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{b}{ab} + \frac{a}{ab} = \frac{a+b}{ab}.}$

24b  $\boxed{\frac{1}{a} + 2 = \frac{1}{a} + \frac{2a}{a} = \frac{2a+1}{a}.}$

24c  $\boxed{\frac{1}{a} \cdot 2 \cdot \frac{b}{4} = \frac{2b}{4a} = \frac{b}{2a}.}$

24d  $\begin{aligned} 3 \cdot \frac{a-3}{5} \cdot \frac{2-a}{a} + 2 \cdot \frac{(3-a)^2}{5a} &= \frac{3 \cdot (a-3) \cdot (2-a)}{5a} + \frac{2 \cdot (3-a) \cdot (3-a)}{5a} = \frac{3 \cdot (2a-a^2-6+3a)}{5a} + \frac{2 \cdot (9-3a-3a+a^2)}{5a} \\ &= \frac{3 \cdot (-a^2+5a-6)}{5a} + \frac{2 \cdot (a^2-6a+9)}{5a} = \frac{-3a^2+15a-18}{5a} + \frac{2a^2-12a+18}{5a} = \frac{-a^2+3a}{5a} = \frac{a \cdot (-a+3)}{5 \cdot a} = \frac{-a+3}{5}. \end{aligned}$

24e  $\boxed{5 \cdot \frac{3}{8-a} \cdot \frac{2-a}{a} + \frac{a}{8-a} \cdot \frac{a-2}{a} = \frac{15 \cdot (2-a)}{a \cdot (8-a)} + \frac{a \cdot (a-2)}{a \cdot (8-a)} = \frac{30-15a}{8a-a^2} + \frac{a^2-2a}{8a-a^2} = \frac{a^2-17a+30}{8a-a^2}.}$

24f  $\boxed{5 \cdot \frac{3-a}{a^2} - 2 \cdot \frac{6-a}{a^2} = \frac{5 \cdot (3-a)}{a^2} - \frac{2 \cdot (6-a)}{a^2} = \frac{15-5a}{a^2} - \frac{12-2a}{a^2} = \frac{15-5a-(12-2a)}{a^2} = \frac{15-5a-12+2a}{a^2} = \frac{-3a+3}{a^2}.}$

25a Als er van de totaal 10 knikkers  $a$  rood zijn en de rest zwart, dan zijn er  $10-a$  zwart.

25b  $P(\text{een zwarte uit II}) = \frac{\text{aantal gunstige uitkomsten}}{\text{aantal mogelijke uitkomsten}} \text{ (Laplace)} = \frac{\text{aantal zwarte knikkers in II}}{\text{totaal aantal knikkers in II}} = \frac{a}{a+6}.$

25c  $P(\text{uit beide vazen een zwarte}) = P(\text{een zwarte uit I én een zwarte uit II}) = \frac{10-a}{10} \cdot \frac{a}{a+6} = \frac{(10-a) \cdot a}{10 \cdot (a+6)} = \frac{10a-a^2}{10a+60}.$

26a  $P(\text{een rode uit I én een rode uit II}) = \frac{x}{11} \cdot \frac{x}{6} = \frac{x^2}{66}.$

26b  $P(\text{een rode én een zwarte}) = P(\text{rode uit I én zwarte uit II}) + P(\text{zwarte uit I én rode uit II})$   
 $= \frac{x}{11} \cdot \frac{6-x}{6} + \frac{11-x}{11} \cdot \frac{x}{6} = \frac{x \cdot (6-x)}{66} + \frac{x \cdot (11-x)}{66} = \frac{6x-x^2}{66} + \frac{11x-x^2}{66} = \frac{17x-2x^2}{66}.$

26c  $P(\text{een rode én een zwarte}) = \frac{17x-2x^2}{66}$  (zie 26b) is maximaal (zie TABLE) voor  $x = 4$ .

$x = 4 \Rightarrow$  in vaas I zijn er 4 rood en 7 zwart en in vaas II zijn er 4 rood, dus 2 zwart.

Plot1	Plot2	Plot3
$\sqrt{17x-2x^2}/66$		
X	V1	
2	29394	
3	34343	
4	3503	
5	45455	
6	31818	
7	12121	
8	0	
$\boxed{V_1=.54545454545455}$		

27a  $P(\text{uit beide vazen een rode}) = P(\text{een rode uit I én een rode uit II}) = \frac{5}{a} \cdot \frac{3}{a} = \frac{15}{a^2}$ .

27b  $P(\text{een rode én een witte}) = P(\text{een rode uit I én een witte uit II}) = \frac{5}{a} \cdot \frac{a-3}{a} = \frac{5a-15}{a^2}$ .

27c  $P(\text{een rode én een zwarte}) = P(\text{een zwarte uit I én een rode uit II}) = \frac{a-5}{a} \cdot \frac{3}{a} = \frac{3a-15}{a^2}$ .

27d  $P(\text{een rode én een zwarte}) = \frac{3a-15}{a^2}$  is maximaal 0,15 (zie TABLE) voor  $a = 10$ .

Er zitten dan 5 rode knikkers, dus  $10 - 5 = 5$  zwarte in vaas I.

27e  $P(\text{een rode én een zwarte}) = \frac{3a-15}{a^2} > 0,1$  (zie TABLE) voor  $a = 7$  tot en met  $a = 23$ .

Er zitten 7 of 8 of 9 of ... of 22 of 23 knikkers in vaas I.

Plot1 Plot2 Plot3		
\text{Y}_1 \blacksquare (3X-15)/X^2		
X	\text{Y}_1	
6	0,0333	
7	0,1224	
8	0,1406	
9	0,1481	
10	0,1547	
11	0,1487	
12	0,1458	
X=10	0,1547	
13	0,1429	
14	0,1394	
15	0,1357	
16	0,1321	
17	0,1284	
18	0,1248	
19	0,1212	
20	0,1175	
21	0,1139	
22	0,1102	
23	0,1065	
24	0,1028	
25	0,0991	
X=23	0,0991	

28a  $P(\text{uit beide vazen een rode}) = P(\text{een rode uit I én een rode uit II}) = \frac{3}{8} \cdot \frac{10-a}{10} = \frac{30-3a}{80}$ .

28b  $P(\text{uit beide vazen een witte}) = P(\text{een witte uit I én een witte uit II}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{a}{10} = \frac{5a}{80} = \frac{a}{16}$ .

28c  $P(\text{een rode én een witte}) = P(\text{rode uit I én witte uit II}) + P(\text{witte uit I én rode uit II})$   
 $= \frac{3+a}{8+a} \cdot \frac{a}{10} + \frac{5}{8+a} \cdot \frac{10-a}{10} = \frac{a \cdot (3+a)}{10 \cdot (8+a)} + \frac{5 \cdot (10-a)}{10 \cdot (8+a)} = \frac{3a+a^2}{80+10a} + \frac{50-5a}{80+10a} = \frac{a^2-2a+50}{10a+80}$ .

28d  $P(\text{een rode én een witte}) = \frac{a^2-2a+50}{10a+80} = 0,5$  (TABLE)  $\Rightarrow a = 2$  of  $a = 5$ . Dus 2 of 5 rode knikkers toevoegen aan vaas I.

Plot1 Plot2 Plot3		
\text{Y}_1 \blacksquare ((X^2-2X+50)/10*80)		
\text{Y}_2=0,5		
X	\text{Y}_1	\text{Y}_2
0	0,625	0,5
1	0,6444	0,5
2	0,6633	0,5
3	0,6822	0,5
4	0,7011	0,5
5	0,7200	0,5
6	0,7389	0,5
7	0,7578	0,5
8	0,7767	0,5
9	0,7956	0,5
10	0,8144	0,5
11	0,8333	0,5
12	0,8522	0,5
13	0,8711	0,5
14	0,8899	0,5
15	0,9088	0,5
16	0,9277	0,5
17	0,9466	0,5
18	0,9655	0,5
19	0,9844	0,5
20	0,9933	0,5
21	0,9982	0,5
22	0,9991	0,5
23	0,9996	0,5
24	0,9999	0,5
25	0,9999	0,5
26	0,9999	0,5
27	0,9999	0,5
28	0,9999	0,5
29	0,9999	0,5
30	0,9999	0,5
31	0,9999	0,5
32	0,9999	0,5
33	0,9999	0,5
34	0,9999	0,5
35	0,9999	0,5
36	0,9999	0,5

29a  $P(\text{uit beide vazen een witte}) = P(\text{een witte uit I én een witte uit II}) = \frac{6}{q} \cdot \frac{12-q}{12} = \frac{12-q}{q} \cdot \frac{6}{12} = \frac{12-q}{q} \cdot \frac{1}{2} = \frac{12-q}{2q}$ .

29b  $P(\text{een witte én een zwarte}) = P(\text{witte uit I én zwarte uit II}) + P(\text{zwarte uit I én witte uit II})$

$$= \frac{6}{q} \cdot \frac{q}{12} + \frac{q-6}{q} \cdot \frac{12-q}{12} = \frac{6q}{12q} + \frac{(q-6)(12-q)}{12q} = \frac{6q}{12q} + \frac{12q-q^2-72+6q}{12q} = \frac{-q^2+24q-72}{12q}.$$

30 De beweringen I en III zijn beide waar.

$$\begin{array}{l} 4 \text{ nCr } 2/7 \text{ nCr } 2 \\ 2857142857 \\ 4/7*3/6 \\ .2857142857 \end{array}$$

31a  $P(rr) = \frac{p}{50} \cdot \frac{p-1}{49} = \frac{p \cdot (p-1)}{50 \cdot 49} = \frac{p^2-p}{2450}$ .

31b  $P(rw) = \binom{2}{1} \cdot P(rw) = \binom{2}{1} \cdot \frac{p}{50} \cdot \frac{50-p}{49} = \frac{2p \cdot (50-p)}{50 \cdot 49} = \frac{50p-p^2}{1225}$ .

31c  $P(rw) = \frac{50p-p^2}{1225} > 0,5$  (TABLE)  $\Rightarrow p = 22 \vee p = 23 \vee p = 24 \vee \dots \vee p = 28$ .

Er zitten dus  $50 - 22 = 28$  of 27 of 26 of 25 of 24 of 23 of 22 witte knikkers in de vaas.

Plot1 Plot2 Plot3		
\text{Y}_1 \blacksquare ((50X-X^2)/1225)		
X	\text{Y}_1	\text{Y}_2
22	0,5028	0,5
23	0,5039	0,5
24	0,5050	0,5
25	0,5062	0,5
26	0,5074	0,5
27	0,5084	0,5
28	0,5086	0,5

32a  $P(rr) = \frac{10}{a} \cdot \frac{9}{a-1} = \frac{90}{a \cdot (a-1)} = \frac{90}{a^2-a}$ .

32b  $P(rz) = \binom{2}{1} \cdot P(rz) = \binom{2}{1} \cdot \frac{10}{a} \cdot \frac{a-10}{a-1} = \frac{2 \cdot 10 \cdot (a-10)}{a \cdot (a-1)} = \frac{20 \cdot (a-10)}{a^2-a} = \frac{20a-200}{a^2-a}$ .

32c  $P(rz) = \frac{20a-200}{a^2-a} > 0,5$  (TABLE)  $\Rightarrow a = 17 \vee a = 18 \vee a = 19 \vee \dots \vee a = 24$ .

Er zitten dus 17 of 18 of 19 of 20 of 21 of 22 of 23 of 24 knikkers in de vaas.

X	\text{Y}_1	\text{Y}_2
16	0,5	0,5
17	0,5142	0,5
18	0,5228	0,5
19	0,5282	0,5
20	0,5322	0,5
21	0,5354	0,5
22	0,5380	0,5
23	0,5400	0,5
24	0,5414	0,5
25	0,5424	0,5
26	0,5432	0,5
27	0,5439	0,5
28	0,5444	0,5

33a  $P(\text{tweede knikker is pas rood}) = P(zr) = \frac{8-a}{8} \cdot \frac{a}{7} = \frac{a \cdot (8-a)}{8 \cdot 7} = \frac{8a-a^2}{56}$ .

33b  $P(zr) = \frac{8a-a^2}{56} = 0,125$  (TABLE)  $\Rightarrow a = 1 \vee a = 7$ . Er zitten dus 1 of 7 rode knikkers in de vaas.

Plot1 Plot2 Plot3		
\text{Y}_1 \blacksquare ((8X-X^2)/56)		
X	\text{Y}_1	\text{Y}_2
1	0,125	0,125
2	0,2148	0,125
3	0,2678	0,125
4	0,2857	0,125
5	0,2950	0,125
6	0,2988	0,125
7	0,3025	0,125

34a  $P(\text{tweede knikker is pas zwart}) = P(rz) = \frac{8}{a} \cdot \frac{a-8}{a-1} = \frac{8 \cdot (a-8)}{a \cdot (a-1)} = \frac{8a-64}{a^2-a}$ .

34b  $P(\text{derde knikker is pas zwart}) = P(rrz) = \frac{8}{a} \cdot \frac{7}{a-1} \cdot \frac{a-8}{a-2} = \frac{56 \cdot (a-8)}{a \cdot (a-1) \cdot (a-2)}$ .

$$P(rrz) = \frac{56 \cdot (a-8)}{a \cdot (a-1) \cdot (a-2)} > 0,16$$
 (TABLE)  $\Rightarrow a = 11 \vee a = 12 \vee a = 13$ . Er zitten dus 11 of 12 of 13 knikkers in de vaas.

35  $P(\text{minstens één waardebon}) = 1 - P(\text{geen waardebon}) = 1 - P(\overline{w}\overline{w}\overline{w}\overline{w}) = 1 - \frac{\binom{17}{4}}{\binom{20}{4}} \approx 0,509$  of  $1 - \frac{17}{20} \cdot \frac{16}{19} \cdot \frac{15}{18} \cdot \frac{14}{17} = \frac{29}{57}$ .

36  $p = P(\text{succes}) = P(\text{minstens één prijs}) = 1 - P(\text{geen prijs}) = 1 - \frac{\binom{45}{3}}{\binom{50}{3}} \approx 0,276$ .

Plot1 Plot2 Plot3		
\text{Y}_1 \blacksquare 3/50 \text{ nC}		
X	\text{Y}_1	\text{Y}_2
1	0,2760204082	

37a  $p = P(\text{succes}) = P(6) = \frac{1}{36} \approx 0,028.$

$\begin{array}{l} 1/36 \\ 6/36 \\ 3/36 \end{array}$  .0277777778  
.1666666667  
.0833333333

37b  $p = P(\text{dubbel}) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \approx 0,167.$

37c  $p = P(\text{som} > 10) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12} \approx 0,083.$

6					66
5					
4					55
3					
2					44
1					33
	11				22
	1	2	3	4	5
					6

38a  $P(3\bar{3}\bar{3}\bar{3}\bar{3}\bar{3}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4 \approx 0,020.$

38c  $\underline{\underline{3\bar{3}\bar{3}\bar{3}\bar{3}}}$  heeft  $\binom{6}{2} = 15$  rijtjes.

38b  $P(\bar{3}\bar{3}\bar{3}\bar{3}\bar{3}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \approx 0,020.$

$(1/4)^2 * (3/4)^4$   
.0197753906

38d  $P(\underline{\underline{3\bar{3}\bar{3}\bar{3}\bar{3}}}) = \binom{6}{2} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4 \approx 0,297.$

6	7	8	9	10	11	12
5	6	7	8	9	10	11
4	5	6	7	8	9	10
3	4	5	6	7	8	9
2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7
	+ 1	2	3	4	5	6

$\begin{array}{l} 6 \text{nCr } 2 \\ 15 \end{array}$

$\begin{array}{l} 6 \text{nCr } 2 * (1/4)^2 * (3/4)^4 \\ 2966308594 \end{array}$

39a  $n = 6, p = P(\text{succes}) = P(r) = \frac{8}{20} = \frac{4}{10} = 0,4$  en  $P(X = 4) = P(\underline{\underline{rrrrr\bar{r}}}) = \binom{6}{4} \cdot 0,4^4 \cdot 0,6^2 \approx 0,138.$

$\begin{array}{l} 6 \text{nCr } 4 * 0,4^4 * 0,6^2 \\ .13824 \end{array}$

39b  $n = 12, p = P(\text{succes}) = P(\bar{w}) = \frac{18}{20} = \frac{9}{10} = 0,9$  en  $P(Y = 10) = P(\underline{\underline{\bar{w}\bar{w}\bar{w}\bar{w}\bar{w}\bar{w}\bar{w}\bar{w}\bar{w}\bar{w}\bar{w}\bar{w}}}) = \binom{12}{10} \cdot 0,9^{10} \cdot 0,1^2 \approx 0,230.$

$\begin{array}{l} 12 \text{nCr } 10 * 0,9^{10} * 0,1^2 \\ .2301277705 \end{array}$

40a  $X$ , het aantal keer slag (s), is binomaal verdeeld met  $n = 10$  en  $p = 0,3$ .

$P(X = 5) = P(\underline{\underline{ssssss\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s}}}) = \binom{10}{5} \cdot 0,3^5 \cdot 0,7^5 \approx 0,103.$

$\begin{array}{l} 10 \text{nCr } 5 * 0,3^5 * 0,7^5 \\ .1029193452 \end{array}$

40b  $P(\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s}) = 0,7^4 \cdot 0,3 \approx 0,072.$

$\begin{array}{l} 0,7^4 * 0,3 \\ .07203 \end{array}$

41a  $X$ , het aantal personen waarbij NATURA G3 succes (s) heeft, is binomaal verdeeld met  $n = 12$  en  $p = 0,8$ .

$P(X = 8) = P(\underline{\underline{ssssssss\bar{s}\bar{s}\bar{s}}}) = \binom{12}{8} \cdot 0,8^8 \cdot 0,2^4 \approx 0,133.$

$\begin{array}{l} 12 \text{nCr } 8 * 0,8^8 * 0,2^4 \\ .1328755507 \end{array}$

41b  $P(X = 6) = P(\underline{\underline{ssssss\bar{s}\bar{s}\bar{s}\bar{s}}}) = \binom{12}{6} \cdot 0,8^6 \cdot 0,2^6 \approx 0,016.$

$\begin{array}{l} 12 \text{nCr } 6 * 0,8^6 * 0,2^6 \\ .0155021476 \end{array}$

42a  $P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = 0,512 + 0,384 + 0,096 = 0,992.$

$\begin{array}{l} 1 - 0,008 \\ .992 \end{array}$

42b  $P(X \leq 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) = 1.$  (er zijn geen andere waarden voor  $X$  mogelijk)

$\begin{array}{l} 0,512 + 0,384 \\ .896 \end{array}$

42c  $P(X \leq 0) = P(X = 0).$  (er zijn geen waarden voor  $X$  met  $X < 0$ )

$x$	0	1	2	3
$P(X \leq x)$	0,512	0,896	0,992	1

42d Zie de tabel hiernaast.

\* \* \* ■ Neem GR - practicum 12 door. (zie aan het eind van deze uitwerkingen)

■

43a ■  $P(B = 5) = \text{binompdf}(10, \frac{1}{5}, 5) \approx 0,026.$  ( $B$  = het aantal keer banaan)

$\begin{array}{l} \text{binompdf}(10, 1/5, 5) \\ .0264241152 \end{array}$

43b ■  $P(A = 3) = \text{binompdf}(18, \frac{2}{5}, 3) \approx 0,025.$  ( $A$  = het aantal keer appel)

$\begin{array}{l} \text{binompdf}(18, 2/5, 3) \\ .0245549406 \end{array}$

43c ■  $P(A \leq 2) = \text{binomcdf}(20, \frac{2}{5}, 2) \approx 0,004.$

$\begin{array}{l} \text{binomcdf}(20, 2/5, 2) \\ .0036114721 \end{array}$

43d ■  $P(B = 4) = \text{binompdf}(5, \frac{1}{5}, 4) \approx 0,006.$

$\begin{array}{l} \text{binompdf}(5, 1/5, 4) \\ .0064 \end{array}$

44a  $P(B = 4) = \text{binompdf}(6, 0,75, 4) \approx 0,297.$  ( $B$  = het aantal kinderen met bruine ogen van ouders met bruine ogen)

$\begin{array}{l} \text{binompdf}(6, 0,75, 4) \\ .2966308594 \end{array}$

44b  $P(B \leq 4) = \text{binomcdf}(6, 0,75, 4) \approx 0,466.$

$\begin{array}{l} \text{binomcdf}(6, 0,75, 4) \\ .4660644531 \end{array}$

45a  $P(X = 10) = \text{binompdf}(60, 0,16, 10) \approx 0,136.$  ( $X$  = het aantal auto's dat harder dan 120 km/u rijdt)

$\begin{array}{l} \text{binompdf}(60, 0,16, 10) \\ .1356753885 \end{array}$

45b  $P(Y \leq 2) = \text{binomcdf}(60, \frac{1}{4} \times 0,16, 2) \approx 0,568.$  ( $Y$  = het aantal auto's dat harder dan 140 km/u rijdt)

$\begin{array}{l} \text{binomcdf}(60, 1/4 * 0,16, 2) \\ .5675865672 \end{array}$

45c  $P(Z = \frac{1}{4} \times 60) = \text{binompdf}(60, \frac{3}{4} \times 0,16, \frac{1}{4} \times 60) \approx 0,003.$  ( $Z$  = het aantal auto's dat tussen 120 km/u en 140 km/u rijdt)

$\begin{array}{l} \text{binompdf}(60, 3/4 * 0,16, 1/4 * 60) \\ .00268019702 \end{array}$

46a Marianne moet van de 8 vragen, die ze gokt, er nog 4 goed gokken.  $(12 \times \frac{1}{2} + 4 \times \frac{1}{2} = 6 + 2 = 8)$

$\begin{array}{l} \text{binompdf}(8, 1/2, 4) \\ .00268019702 \end{array}$

$P(X = 4) = \text{binompdf}(8, \frac{1}{2}, 4) \approx 0,046.$

$\begin{array}{l} \text{binompdf}(8, 1/2, 4) \\ .0458752 \end{array}$

46b Linda mag van de 10 vragen, die ze gokt, er hoogstens 2 goed gokken.  $(10 \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{2} = 5 + 1 = 6)$

$\begin{array}{l} \text{binomcdf}(10, 1/2, 2) \\ .677799526 \end{array}$

$P(X \leq 2) = \text{binomcdf}(10, \frac{1}{2}, 2) \approx 0,678.$

$\begin{array}{l} \text{binomcdf}(10, 1/2, 2) \\ .677799526 \end{array}$

47a  $P(\text{in } B \text{ uitkomen}) = P(X = 2) = \text{binompdf}(8, \frac{1}{6}, 2) \approx 0,260.$  ( $X$  = het aantal keer in richting oost)

$\begin{array}{l} \text{binompdf}(8, 1/6, 2) \\ .2604762041 \end{array}$

47b  $P(\text{in } C \text{ uitkomen}) = P(X = 4) = \text{binompdf}(8, \frac{1}{6}, 4) \approx 0,026.$

$\begin{array}{l} \text{binompdf}(8, 1/6, 4) \\ .0260476204 \end{array}$

47c  $P(\text{via } A \text{ naar } B) = P(\text{in } A \text{ uitkomen}) \cdot P(\text{in } B \text{ uitkomen}) = \text{binompdf}(5, \frac{1}{6}, 1) \cdot \text{binompdf}(3, \frac{1}{6}, 1) \approx 0,140.$

$\begin{array}{l} \text{binompdf}(5, 1/6, 1) * \text{binompdf}(3, 1/6, 1) \\ .1395408236 \end{array}$

47d  $P(\text{boven de lijn } AC \text{ uitkomen}) = P(X \leq 3) = \text{binomcdf}(8, \frac{1}{6}, 3) \approx 0,969.$  (5 keer of vaker naar het noorden)

$\begin{array}{l} \text{binomcdf}(8, 1/6, 3) \\ .9693435881 \end{array}$

48a 1.  $P(X \leq 5)$ .

2.  $P(X = 4)$ .

3.  $P(X \geq 7)$ .

48b 1.  $P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9)$ .

2.  $P(X > 5) = 1 - P(X \leq 5)$ .

3.  $P(X < 7) = P(X \leq 6)$ .

4.  $P(X \geq 6) = 1 - P(X \leq 5)$ .

$x$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	...
48a1														
48a2														
48a3	-	-	-	-	-	-	-							
48b1	-	-	-	-	-	-	-	-	-					
48b2	-	-	-	-	-	-								
48b3														
48b4	-	-	-	-	-	-								

49a  $P(4 < X < 9) = P(X \leq 8) - P(X \leq 4)$ .

49b  $P(1 < X < 7) = P(X \leq 6) - P(X \leq 1)$ .

49c  $P(5 \leq X \leq 10) = P(X \leq 10) - P(X \leq 4)$ .

$P(4 < X < 9) = P(X \leq 8) - P(X \leq 4)$ . (zie 49a)

$x$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...
49a	-	-	-	-	-							
49b	-	-										
49c1	-	-	-	-	-							

50a  $P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2)$ .

50b  $P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9)$ .

50c  $P(3 < X < 8) = P(X \leq 7) - P(X \leq 3)$ .

50d  $P(2 < X < 11) = P(X \leq 10) - P(X \leq 2)$ .

50e  $P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7)$ .

50f  $P(2 \leq X \leq 9) = P(X \leq 9) - P(X \leq 1)$ .

$x$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	...
50a	-	-	-											
50b	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-				
50c	-	-	-	-										
50d	-	-	-											
50e	-	-	-	-	-	-	-	-	-					
50f	-	-												

■

51a  $P(X < 10) = P(X \leq 9) = \text{binomcdf}(25, 0.42, 9) \approx 0,347$ .

$\text{binomcdf}(25, 0.42, 9)$

,3465197315

51b  $P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7) = 1 - \text{binomcdf}(25, 0.42, 7) \approx 0,889$ .

$1 - \text{binomcdf}(25, 0.42, 7)$

,8893514177

51c  $P(9 < X < 16) = P(X \leq 15) - P(X \leq 9) = \text{binomcdf}(25, 0.42, 15) - \text{binomcdf}(25, 0.42, 9) \approx 0,631$ .

$\text{binomcdf}(25, 0.42, 15) - \text{binomcdf}(25, 0.42, 9)$

,6314541052

51d  $P(X \geq 6) = 1 - P(X \leq 5) = 1 - \text{binomcdf}(25, 0.42, 5) \approx 0,982$ .

$1 - \text{binomcdf}(25, 0.42, 5)$

,9815972238

51e  $P(7 < X < 12) = P(X \leq 11) - P(X \leq 7) = \text{binomcdf}(25, 0.42, 11) - \text{binomcdf}(25, 0.42, 7) \approx 0,550$ .

$\text{binomcdf}(25, 0.42, 11) - \text{binomcdf}(25, 0.42, 7)$

,5496288601

51f  $P(8 \leq X \leq 10) = P(X \leq 10) - P(X \leq 7) = \text{binomcdf}(25, 0.42, 10) - \text{binomcdf}(25, 0.42, 7) \approx 0,394$ .

$\text{binomcdf}(25, 0.42, 10) - \text{binomcdf}(25, 0.42, 7)$

,3937397825

52a  $P(X \geq 4) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - \text{binomcdf}(50, 0.13, 3) \approx 0,904$ .

$1 - \text{binomcdf}(50, 0.13, 3)$

,9042343479

52b  $P(X > 4) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - \text{binomcdf}(50, 0.13, 4) \approx 0,796$ .

$1 - \text{binomcdf}(50, 0.13, 4)$

,7956035504

52c  $P(X = 5 \text{ of } X = 6) = P(X \leq 6) - P(X \leq 4) = \text{binomcdf}(50, 0.13, 6) - \text{binomcdf}(50, 0.13, 4) \approx 0,317$ .

$\text{binomcdf}(50, 0.13, 6) - \text{binomcdf}(50, 0.13, 4)$

,3166955804

52d  $P(7 < X < 14) = P(X \leq 13) - P(X \leq 7) = \text{binomcdf}(50, 0.13, 13) - \text{binomcdf}(50, 0.13, 7) \approx 0,318$ .

$\text{binomcdf}(50, 0.13, 13) - \text{binomcdf}(50, 0.13, 7)$

,3179762382

53a  $P(A \geq 5) = 1 - P(A \leq 4) = 1 - \text{binomcdf}(10, \frac{3}{6}, 4) \approx 0,623$ .

$1 - \text{binomcdf}(10, \frac{3}{6}, 4)$

,623046875

53b  $P(10 < A < 20) = P(A \leq 19) - P(A \leq 10) = \text{binomcdf}(25, \frac{3}{6}, 19) - \text{binomcdf}(25, \frac{3}{6}, 10) \approx 0,786$ .

$\text{binomcdf}(25, \frac{3}{6}, 19) - \text{binomcdf}(25, \frac{3}{6}, 10)$

,7857832306

53c  $P(B > 40) = 1 - P(B \leq 40) = 1 - \text{binomcdf}(100, \frac{2}{6}, 40) \approx 0,066$ .

$1 - \text{binomcdf}(100, \frac{2}{6}, 40)$

,065872156

53d  $P(K = 7) = \text{binompdf}(35, \frac{1}{6}, 7) \approx 0,146$ .

$\text{binompdf}(35, \frac{1}{6}, 7)$

,145722847

53e  $P(K = 0) = \text{binompdf}(10, \frac{1}{6}, 0) \text{ of } (\frac{5}{6})^{10} \approx 0,162$ .

$(\frac{5}{6})^{10}$

,1615055829

54a  $P(E > 10) = 1 - P(E \leq 10) = 1 - \text{binomcdf}(16, \frac{3}{6}, 10) \approx 0,105$ .

$1 - \text{binomcdf}(16, \frac{3}{6}, 10)$

,1050567627

54b  $P(D < 2) = P(D \leq 1) = \text{binomcdf}(16, \frac{1}{6}, 1) \approx 0,227$ .

$\text{binomcdf}(16, \frac{1}{6}, 1)$

,2271691503

54c  $P(Z = 5) = \text{binompdf}(16, \frac{1}{6}, 5) \approx 0,076$ .

$\text{binompdf}(16, \frac{1}{6}, 5)$

,0756018932

55 De kans dat Rob de baan krijgt is  $P(G \geq 7) = 1 - \text{binomcdf}(9, \frac{9}{10}, 6) \approx 0,947$ .

$1 - \text{binomcdf}(9, \frac{9}{10}, 6)$

,947027862

56a  $p = P(\text{succes}) = P(\text{rr}) = \frac{\binom{12}{2}}{\binom{25}{2}} = 0,22$ . De gevraagde kans is  $P(X = 3) = \text{binompdf}(15, 0.22, 3) \approx 0,246$ .

$\binom{12}{2}$

,22

$\text{binompdf}(15, \text{Ans}, 3)$

,2457053831

56b  $p = P(\text{succes}) = P(\underline{z}\bar{z}) = \frac{\binom{8}{1} \cdot \binom{17}{2}}{\binom{25}{2}} \approx 0,453\dots$  Gevraagd:  $P(Y \geq 10) = 1 - P(Y \leq 9) = 1 - \text{binomcdf}(15, \text{Ans}, 9) \approx 0,081$ .

$\binom{8}{1} \cdot \binom{17}{2}$

,4533333333

$\text{Ans} \rightarrow \text{Frac}$

,34/75

$\binom{8}{2}$

,4533333333

$1 - \text{binomcdf}(15, \text{Ans}, 9)$

,0808104939

- 56c  $p = P(\text{twee van dezelfde kleur}) = P(rr) + P(zz) + P(ww) = 0,22 + \frac{\binom{8}{2}}{\binom{25}{2}} + \frac{\binom{5}{2}}{\binom{25}{2}} = \frac{26}{75}$ .  
Gevraagde:  $P(Z < 6) = P(Z \leq 5) = \text{binomcdf}(15, \frac{26}{75}, 5) \approx 0,575$ .
- 56d  $p = P(\text{minstens één rode}) = 1 - P(\bar{r}r) = 1 - \frac{\binom{13}{2}}{\binom{25}{2}} = 0,74$ . Dus  $P(R \geq 8) = 1 - P(R \leq 7) = 1 - \text{binomcdf}(15, 0,74, 7) \approx 0,978$ .
- 57a  $P(S > 0,6 \times 120) = P(S > 72) = 1 - P(E \leq 72) = 1 - \text{binomcdf}(120, 1 - \frac{1}{3}, 72) \approx 0,925$ .
- 57b  $P(V \geq \frac{1}{2} \times 6) = P(V \geq 3) = 1 - P(V \leq 2) = 1 - \text{binomcdf}(6, 0,40, 2) \approx 0,456$ .
- 58a  $P(N \geq 20) = 1 - P(N \leq 19) = 1 - \text{binomcdf}(80, 0,22, 19) \approx 0,298$ .
- 58b  $P(16 < B < 24) = P(B \leq 23) - P(B \leq 16) = \text{binomcdf}(80, 0,36, 23) - \text{binomcdf}(80, 0,36, 16) \approx 0,106$ .
- 58c  $P(16 < N < 24) = \text{binomcdf}(80, 0,28, 23) - \text{binomcdf}(80, 0,28, 16) \approx 0,547$ .
- 58d  $P(\underline{NNBBB Bnnnn}) = \binom{10}{2} \cdot \binom{8}{4} \cdot P(\underline{NNBBB Bnnnn}) = \binom{10}{2} \cdot \binom{8}{4} \cdot 0,22^2 \cdot 0,36^4 \cdot 0,28^4 \approx 0,016$ .
- 59a  $P(10 < M < 15) = P(M \leq 14) - P(M \leq 10) = \text{binomcdf}(25, \frac{1}{2}, 14) - \text{binomcdf}(25, \frac{1}{2}, 10) \approx 0,576$ .
- 59b  $p = P(m\bar{m}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$  en  $P(X \leq 5) = \text{binomcdf}(30, \frac{1}{4}, 5) \approx 0,203$ .
- 59c  $p = P(5 \text{ of } 6) = \frac{2}{6}$  en  $P(Y \leq 10) = \text{binomcdf}(15, \frac{2}{6}, 10) \approx 0,998$ .
- 59d  $p = P(\text{som} > 7) = \frac{15}{36}$  (zie het rooster op het voorblad) en  $P(Z = 5) = \text{binompdf}(18, \frac{15}{36}, 5) \approx 0,097$ .
- 60  $P(X \leq 92) = \text{binomcdf}(100, 1 - 0,12, 92) \approx 0,924$ .
- 61a  $P(N \geq 1) = 1 - P(N \leq 0) = 1 - \text{binomcdf}(10, 0,025, 0)$  of  $1 - \text{binompdf}(10, 0,025, 0)$  of  $1 - 0,975^{10} \approx 0,224$ .
- 61b  $P(G \geq 38) = 1 - P(G \leq 37) = 1 - \text{binomcdf}(40, 0,975, 37) \approx 0,922$ .
- 61c  $P(N \geq 1) = 1 - P(N \leq 0) = 1 - \text{binomcdf}(10, 0,01, 0) \approx 0,096$ .
- 62a  $P(M \geq 5) = 1 - P(M \leq 4) = 1 - \text{binomcdf}(n, \frac{1}{2}, 4) > 0,99$  (TABLE)  $\Rightarrow n \geq 19$ .
- 62b  $p = P(\text{minstens één munt}) = 1 - P(\bar{m}\bar{m}) = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ .  
 $P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - \text{binomcdf}(n, \frac{3}{4}, 1) \geq 0,98$  (TABLE)  $\Rightarrow n \geq 5$ .
- 63  $P(S \geq 5) = 1 - P(S \leq 4) = 1 - \text{binomcdf}(n, 0,40, 4) > 0,90$  (TABLE)  $\Rightarrow n \geq 18$ .
- 64  $p = P(\text{succes}) = P(ww) = \frac{\binom{6}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{6 \text{ nCr } 2/10 \text{ nCr } 2}{\text{Ans} \cdot \text{Frac}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{.3333333333}{1/3}$   
 $P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - \text{binomcdf}(n, \frac{1}{3}, 2) > 0,95$  (TABLE)  $\Rightarrow n \geq 17$ .
- 65a  $\text{Opp.} = \text{normalcdf}(13, 19, 15, 2, 8) \approx 0,686$ .
- 65b  $\text{Opp.} = \text{normalcdf}(-10 \wedge 99, 20, 4, 15, 2, 8) \approx 0,973$ .
- 66a  $p = P(\text{groot}) = \text{normalcdf}(80, 10 \wedge 99, 75, 18) \approx 0,391$ .
- 66b  $P(G = 5) = \text{binompdf}(5, p, 5)$  of  $p^5 \approx 0,009$ .
- 67a  $p = P(G < 125) = \text{normalcdf}(-10 \wedge 99, 125, 130, 5) \approx 0,158$ ...  
 $P(X \leq 4) = \text{binomcdf}(50, p, 4) \approx 0,085$ .
- 67b  $p = P(G < 128) = \text{normalcdf}(-10 \wedge 99, 128, 130, 5) \approx 0,344$ ...  
 $P(Y \geq 8) = 1 - P(Y \leq 7) = 1 - \text{binomcdf}(50, p, 7) \approx 0,999$ .
- 67c  $p = P(G > 132) = \text{normalcdf}(132, 10 \wedge 99, 130, 5) \approx 0,344$ ...  
 $P(Z = 8) = \text{binompdf}(50, p, 8) \approx 0,002$ .

68a  $p = P(D < 14,15) = \text{normalcdf}(-10 \wedge 99, 14, 15, 14, 31, 0, 12) \approx 0,091...$   
 $P(X \leq 5) = \text{binomcdf}(100, p, 5) \approx 0,097.$

68b  $p = P(G > 14,50) = \text{normalcdf}(14,50, 10 \wedge 99, 14, 31, 0, 12) \approx 0,056...$   
 $P(Y \geq 10) = 1 - P(Y \leq 9) = 1 - \text{binomcdf}(100, p, 9) \approx 0,057.$

69a  $p = P(T > 2 \times 60) = P(T > 120) = \text{normalcdf}(120, 10 \wedge 99, 112, 5) \approx 0,054...$   
 $P(X \geq 4) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - \text{binomcdf}(22, p, 3) \approx 0,030.$

69b  $p = P(T < 60 + 3 \times 15) = P(T < 105) = \text{normalcdf}(-10 \wedge 99, 105, 112, 5) \approx 0,080...$   
Je verwacht dat er  $120 \times p \approx 10$  optredens korter duren dan één uur en drie kwartier.

70  $\text{Winst} = \text{Opbrengst} - \text{Kosten} = 1000 \times 5 - 2000 - 100 \times 20 = 5000 - 2000 - 2000 = 1000 (\text{€}).$

Gemiddeld maakt Excelsior  $\frac{1000}{1000} = 1$  euro winst per lot.

71a  $P(U = 50) = \frac{1}{100}$  en  $P(U = 10) = \frac{3}{100}$ . Niet nodig:  $P(U = 0) = 1 - \frac{1}{100} - \frac{3}{100} = \frac{96}{100}$ .  
 $E(U) = 50 \times 0,01 + 10 \times 0,03 + 0 \times \dots = 0,80 (\text{€}).$   
 $E(W) = E(U) - \text{inzet} (\text{per lot}) = 0,80 - 2 = -1,20 (\text{€}).$

71b Eerlijk spel  $\Rightarrow E(W) = 0 \Rightarrow E(U) - \text{inzet} = 0 \Rightarrow E(U) = \text{inzet} \Rightarrow \text{inzet} = 0,80 (\text{€}).$

72  $P(U = 25) = P(r) = \frac{1}{20} = 0,05$  en  $P(U = 10) = P(b) = \frac{2}{20} = 0,10$ .  
 $E(U) = 25 \times 0,05 + 10 \times 0,10 + 0 \times \dots = 2,25 (\text{€}).$

73a  $P(U = 100) = \frac{1}{1000}; P(U = 50) = \frac{5}{1000}; P(U = 25) = \frac{10}{1000}$  en  $P(U = 10) = \frac{25}{1000}$ .  
 $E(U) = 100 \times \frac{1}{1000} + 50 \times \frac{5}{1000} + 25 \times \frac{10}{1000} + 10 \times \frac{25}{1000} + 0 \times \dots = 0,85 (\text{€}).$   
 $E(W) = E(U) - \text{inzet} = 0,85 - 1 = -0,15 (\text{€}).$

73b Deze winkelier kon op een dag  $500 \times 0,15 = 75 (\text{€})$  winst verwachten.

74a  $P(U = 10\,000) = \frac{1}{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7} = \frac{1}{5040}.$

74b  $E(U) = 10\,000 \times \frac{1}{5040} + 0 \times \dots \approx 1,98 (\text{€}).$   
 $E(W) = E(U) - \text{inzet} = 1,98 - 2,50 = -0,52 (\text{€}).$

74c De staat Maine kan die week  $20\,000 \times -E(W) - 7\,500 \approx 2817,46 (\text{€})$  winst verwachten.

75a  $P(\underline{\underline{5}}\underline{\underline{5}}) = P(U = 1) = \text{binompdf}(3, \frac{1}{6}, 1) = \frac{25}{72}$  of  $\binom{3}{1} \cdot \frac{1}{6} \cdot (\frac{5}{6})^2 = \frac{75}{216} = \frac{25}{72}.$

75b  $P(\underline{\underline{5}}\underline{\underline{5}}\underline{\underline{5}}) = P(U = 2) = \text{binompdf}(3, \frac{1}{6}, 2) = \frac{5}{72}$  of  $\binom{3}{2} \cdot (\frac{1}{6})^2 \cdot \frac{5}{6} = \frac{15}{216} = \frac{5}{72}.$

75c  $P(\underline{\underline{5}}\underline{\underline{5}}\underline{\underline{5}}) = P(U = 0) = \text{binompdf}(3, \frac{1}{6}, 0)$  of  $(\frac{5}{6})^3 = \frac{125}{216}.$

75d  $P(\underline{\underline{5}}\underline{\underline{5}}\underline{\underline{5}}) = P(U = 3) = \text{binompdf}(3, \frac{1}{6}, 3) = \frac{1}{216}$  of  $(\frac{1}{6})^3 = \frac{1}{216}.$

$E(U) = 1 \times \frac{25}{72} + 2 \times \frac{5}{72} + 3 \times \frac{1}{216} + 0 \times \dots = 0,50 (\text{€}).$

Het levert  $500 \cdot (1 - E(U)) = 500 \cdot (1 - 0,50) = 500 \cdot 0,50 = 250 (\text{€})$  op.

76a  $P(U = 20) = P(\text{som} = 5 \text{ of } \text{som} = 6) = P(\underline{\underline{1}}\underline{\underline{1}}\underline{\underline{3}}) + P(\underline{\underline{1}}\underline{\underline{2}}\underline{\underline{2}}) + P(\underline{\underline{1}}\underline{\underline{1}}\underline{\underline{4}}) + P(\underline{\underline{1}}\underline{\underline{2}}\underline{\underline{3}}) + P(\underline{\underline{2}}\underline{\underline{2}}\underline{\underline{2}})$   
 $= \binom{3}{2} \cdot (\frac{1}{6})^3 + \binom{3}{1} \cdot (\frac{1}{6})^3 + \binom{3}{2} \cdot (\frac{1}{6})^3 + 3! \cdot (\frac{1}{6})^3 + (\frac{1}{6})^3 = \frac{3}{216} + \frac{3}{216} + \frac{3}{216} + \frac{6}{216} + \frac{1}{216} = \frac{16}{216}.$

76b  $P(\text{geen enkele keer } 20 \text{ euro}) = (1 - \frac{16}{216})^5 = (\frac{200}{216})^5 \approx 0,681.$

76c  $P(\text{bij de zesde keer voor het eerst } 20 \text{ euro}) = (\frac{200}{216})^5 \cdot \frac{16}{216} \approx 0,050.$

76d  $P(U = 100) = P(\text{som} = 4) = P(\underline{\underline{1}}\underline{\underline{1}}\underline{\underline{2}}) = \binom{3}{2} \cdot (\frac{1}{6})^3 = \frac{3}{216}.$

$P(U = 30) = P(\text{som} = 16 \text{ of } \text{som} = 17 \text{ of } \text{som} = 18) = P(\underline{\underline{6}}\underline{\underline{6}}\underline{\underline{4}}) + P(\underline{\underline{6}}\underline{\underline{5}}\underline{\underline{5}}) + P(\underline{\underline{6}}\underline{\underline{6}}\underline{\underline{5}}) + P(\underline{\underline{6}}\underline{\underline{6}}\underline{\underline{6}})$

$= \binom{3}{2} \cdot (\frac{1}{6})^3 + \binom{3}{1} \cdot (\frac{1}{6})^3 + \binom{3}{2} \cdot (\frac{1}{6})^3 + (\frac{1}{6})^3 = \frac{3}{216} + \frac{3}{216} + \frac{3}{216} + \frac{1}{216} = \frac{10}{216}.$

$E(U) = 20 \times \frac{16}{216} + 100 \times \frac{3}{216} + 30 \times \frac{10}{216} + 0 \times \dots = \frac{920}{216} (\text{€}).$

Het spel levert de organisator  $800 \cdot (5 - E(U)) = 800 \cdot (5 - \frac{920}{216}) \approx 592,59 (\text{€})$  op.

77a  $P(U = 13) = P(\underline{\underline{SSS}}) = \text{binompdf}(3, 0.4, 2) = 0,288.$



$u$	0	6,5	13	19,5
$P(U = u)$	0,216	0,432	0,288	0,064

$$\begin{array}{l} 6,5*0,432+13*0,2 \\ 88+19,5*0,064 \\ 228*(20-\text{Ans}) \end{array}$$

$$7,8$$

$$2781,6$$

77b  $P(U = 0) = P(\underline{\underline{SSS}}) = \text{binompdf}(3, 0.4, 0) = 0,216.$

$P(U = 6,5) = P(\underline{\underline{SSS}}) = \text{binompdf}(3, 0.4, 1) = 0,432.$

$P(U = 19,5) = P(\underline{\underline{SSS}}) = \text{binompdf}(3, 0.4, 3) = 0,064.$

$E(U) = 0 \times 0,216 + 6,5 \times 0,432 + 13 \times 0,288 + 19,5 \times 0,064 = 7,80 (\text{€}).$

In juni verwacht hij  $228 \times (20 - 7,80) = 2781,60 (\text{€})$  op de kaarten te verdienen.

78a  $P(Z = 4) = \frac{3}{36}$ . (zie figuur 11.13)

$z$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(Z = z)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

78b Zie de kansverdeling van  $Z$  hiernaast.

$$E(Z) = 2 \cdot \frac{1}{36} + 3 \cdot \frac{2}{36} + 4 \cdot \frac{3}{36} + 5 \cdot \frac{4}{36} + 6 \cdot \frac{5}{36} + 7 \cdot \frac{6}{36} + 8 \cdot \frac{5}{36} + 9 \cdot \frac{4}{36} + 10 \cdot \frac{3}{36} + 11 \cdot \frac{2}{36} + 12 \cdot \frac{1}{36} = 7.$$

78c Zie de kansverdeling van  $X$  (Y dezelfde) hiernaast.

$$E(X) = E(Y) = 1 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6} = 3,5.$$

$$E(X + Y) = E(Z) = 7 \text{ en } E(X) + E(Y) = 3,5 + 3,5 = 7.$$

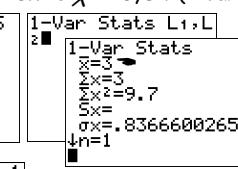
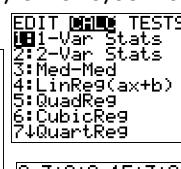
Inderdaad is  $E(X + Y) = E(X) + E(Y).$

79a  $E(X) = 1 \cdot 0,05 + 2 \cdot 0,25 + 3 \cdot 0,4 + 4 \cdot 0,25 + 5 \cdot 0,05 = 3.$  ( $0,05 + 0,25 + 0,4 + 0,25 + 0,05 = 1$ )

$$E(Y) = 1 \cdot 0,3 + 2 \cdot 0,15 + 3 \cdot 0,1 + 4 \cdot 0,15 + 5 \cdot 0,3 = 3.$$
 ( $0,3 + 0,15 + 0,1 + 0,15 + 0,3 = 1$ )

79b De spreiding is het grootst in het histogram bij  $Y$ .

80a  $E(X) = 1 \cdot 0,05 + 2 \cdot 0,15 + 3 \cdot 0,6 + 4 \cdot 0,15 + 5 \cdot 0,05 = 3$  en  $\sigma_X \approx 0,84$  (1-Var Stats L<sub>1</sub>, L<sub>2</sub>).



80b  $E(Y) = 3$  en  $\sigma_Y \approx 1,64$  (1-Var Stats L<sub>1</sub>, L<sub>2</sub>).

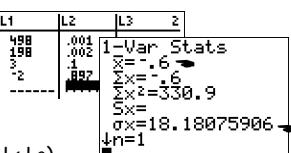
81 Zie de kansverdeling van  $X$  hiernaast.

$$P(X = 498) = \frac{1}{1000}; P(X = 198) = \frac{2}{1000}; P(X = 3) = \frac{100}{1000}$$

$$\text{en } P(X = -2) = 1 - \left( \frac{1}{1000} + \frac{2}{1000} + \frac{100}{1000} \right) = 1 - \frac{103}{1000} = \frac{897}{1000}.$$

$$E(X) = 498 \times \frac{1}{1000} + 198 \times \frac{2}{1000} + 3 \times \frac{100}{1000} - 2 \times \frac{897}{1000} = -0,60 (\text{€}) \text{ en } \sigma_X \approx 18,18 (\text{€}).$$
 (1-Var Stats L<sub>1</sub>, L<sub>2</sub>)

$x$	498	198	3	-2
$P(X = x)$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{2}{1000}$	$\frac{100}{1000}$	$\frac{897}{1000}$



82a  $E(T) = E(X + Y) = E(X) + E(Y) = 16 + 30 = 46 (\text{sec}).$

82b  $\sigma_T = \sigma_{X+Y} = \sqrt{(\sigma_X)^2 + (\sigma_Y)^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} \approx 3,6 (\text{sec}).$

$L1$	$L2$	$L3$	$z$
498	001	1-Var_Stats	

83  $E(B) = E(N) + E(T) = 230 + 30 = 260 (\text{gram}).$

$$\sigma_B = \sqrt{(\sigma_N)^2 + (\sigma_T)^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13 (\text{gram}).$$

$12^2+5^2$	169
$\sqrt{169}$	13

84a De som  $X + Y = 7 \Rightarrow$  de standaardafwijking  $\sigma_{X+Y} = 0.$

84b  $X$  en  $Y$  zijn niet onafhankelijk, dus afhankelijk (want er geldt:  $X + Y = 7 \Rightarrow Y = 7 - X$ ).

### Diagnostische toets

D1a  $\square$  Som 6 kan met 114 (op  $\binom{3}{2} = 3$  manieren), 123 (op  $3! = 6$  manieren) en 222 (op 1 manier).

$$P(\text{som} \neq 6) = 1 - P(\text{som} = 6) = 1 - \frac{3+6+1}{6 \times 6 \times 6} = 1 - \frac{10}{216} \approx 0,954.$$

D1b  $\square$   $P(\text{som} \geq 7) = 1 - P(\text{som} < 7) = 1 - \frac{1+3+3+3+3+6+1}{6 \times 6 \times 6} = 1 - \frac{20}{216} \approx 0,907.$

Som 3 met 111, som 4 met 112, som 5 met 122 en 113 en som 6 met 114, 123 en 222.

$3$	$nCr$	$2$	$3$
3			6
6^3			216

D2  $\square$   $P(\text{minstens twee uit R}) = 1 - P(\text{geen of een uit R}) = 1 - (P(\bar{R}\bar{R}\bar{R}\bar{R}\bar{R}) + P(\underline{\underline{RRRR}})) = 1 - \frac{\binom{20}{5}}{\binom{26}{5}} - \frac{\binom{6}{1} \cdot \binom{20}{4}}{\binom{26}{5}} \approx 0,322.$

$1-20$	$nCr$	$5/26$	$nC$
5-6	$nCr$	$1*20$	$n$
4-5	$nCr$	$5$	
			$.3223776224$

D3a  $P(\text{minstens twee } 6) = 1 - P(\text{geen of één } 6) = 1 - P(\underline{\underline{66666666}}) - P(\underline{\underline{66666666}}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^8 - \binom{8}{1} \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^7 \approx 0,395.$

D3b  $P(\underline{\underline{33444(5\text{of}6)(5\text{of}6)(5\text{of}6)})} = \binom{8}{2} \cdot \binom{6}{3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^3 \approx 0,003.$

D4a  $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{7} + 4 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{7} = \frac{6}{210} + \frac{16}{35} = \frac{1}{35} + \frac{16}{35} = \frac{17}{35}.$

D4b  $\left(\frac{3}{8}\right)^2 + 3 \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{5}{8} = \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{8} + \frac{15}{64} = \frac{9}{64} + \frac{15}{64} = \frac{24}{64} = \frac{3}{8}.$

D4c  $5 \cdot \frac{1}{6} + 1 \frac{1}{6} + \frac{5}{6} = \frac{5}{6} + 1 \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{11}{6} = 2 + \frac{55}{6} = 2 + 9 \frac{1}{6} = 11 \frac{1}{6}.$

D5a  $5 + \frac{3}{a} = 5 \cdot \frac{a}{a} + \frac{3}{a} = \frac{5a}{a} + \frac{3}{a} = \frac{5a+3}{a}.$

D5c  $\frac{4}{a} + \frac{8-a}{5} = \frac{4 \cdot 5}{a \cdot 5} + \frac{(8-a) \cdot a}{5 \cdot a} = \frac{20+8a-a^2}{5a} = \frac{-a^2+8a+20}{5a}.$

D5b  $\frac{a-3}{a} \cdot \frac{5-a}{4} = \frac{(a-3) \cdot (5-a)}{4a} = \frac{5a-a^2-15+3a}{4a} = \frac{-a^2+8a-15}{4a}.$

D6a  $P(r\bar{r}) = \frac{x}{10} \cdot \frac{x+2}{15} = \frac{x \cdot (x+2)}{10 \cdot 15} = \frac{x^2+2x}{150}.$

D6b  $P(\underline{\underline{rw}}) = P(rw) + P(wr) = \frac{x}{10} \cdot \frac{15-(x+2)}{15} + \frac{10-x}{10} \cdot \frac{x+2}{15} = \frac{x \cdot (13-x)}{150} + \frac{(10-x) \cdot (x+2)}{150} = \frac{13x-x^2+10x+20-x^2-2x}{150} = \frac{-2x^2+21x+20}{150}.$

D6c  $P(\underline{\underline{rw}}) = \frac{-2x^2+21x+20}{150} > 0,45 \text{ (TABLE)} \Rightarrow x = 4 \vee x = 5 \vee x = 6 \vee x = 7.$

Er zitten dus in vaas I en vaas II respectievelijk 4 en 6 of 5 en 7 of 6 en 8 of 7 en 9 rode knikkers.

D7a  $P(\bar{w}w) = \frac{5}{a} \cdot \frac{a-5}{a-1} = \frac{5 \cdot (a-5)}{a \cdot (a-1)} = \frac{5a-25}{a^2-a}.$

D7b  $P(\bar{w}\bar{w}w) = \frac{5}{a} \cdot \frac{4}{a-1} \cdot \frac{a-5}{a-2} > 0,15 \text{ (TABLE)} \Rightarrow a = 6 \vee a = 7 \vee a = 8 \vee a = 9.$

D8a  $P(AA\bar{A}A\bar{A}A\bar{A}A\bar{A}) = 0,78^9 \cdot (1-0,78) = 0,78^9 \cdot 0,22 \approx 0,024.$

D8b  $P(A \geq 9) = 1 - P(A \leq 8) = 1 - \text{binomcdf}(10, 0, 78, 8) \approx 0,318. (A = \text{het aantal keer dat hij alles omver werpt})$   
OF:  $P(A \geq 9) = P(A = 9) + P(A = 10) = \text{binompdf}(10, 0, 78, 9) + \text{binompdf}(10, 0, 78, 10) \approx 0,318.$

D9a  $P(A = 5) = \text{binompdf}(15, 0, 36, 5) \approx 0,209.$

D9b  $P(X \leq 10) = \text{binomcdf}(15, 0, 36 + 0,21, 10) \approx 0,845. (X = \text{het aantal keer "A of C"})$

D9c  $P(X = 8 \text{ of } X = 9) = \text{binompdf}(15, 0, 36 + 0,21, 8) + \text{binompdf}(15, 0, 36 + 0,21, 9) \approx 0,396.$

D9d  $P(C = 0) = \text{binompdf}(15, 0, 21, 0) \approx 0,029.$

D10a  $P(E > 10) = 1 - P(E \leq 10) = 1 - \text{binomcdf}(16, \frac{1}{2}, 10) \approx 0,105.$

D10b  $P(Z < 3) = P(Z \leq 2) = \text{binomcdf}(16, \frac{1}{6}, 2) \approx 0,487.$

D10c  $P(5 < X < 10) = P(X \leq 9) - P(X \leq 5) = \text{binomcdf}(16, \frac{2}{6}, 9) - \text{binomcdf}(16, \frac{2}{6}, 5) \approx 0,437. (X = \text{het aantal keer "1 of 2"})$

D11a  $P(V > 10) = 1 - P(V \leq 10) = 1 - \text{binomcdf}(20, 0, 42, 10) \approx 0,170.$

D11b  $P(\underline{\underline{aaaaaaaaavvvvvvvv}}) = \binom{20}{10} \cdot 0,51^{10} \cdot 0,42^{10} \approx 0,038. (\text{niet binomaal !!!, want } 0,51 + 0,42 \neq 1)$

D12  $P(T \geq 5) = 1 - P(T \leq 4) = 1 - \text{binomcdf}(n, \frac{3}{36}) \text{ (zie rooster op voorblad), 4} > 0,90 \text{ (TABLE)} \Rightarrow n \geq 94.$

Dus minstens 94 keer gooien. (door de tabel bladeren kost wel even wat tijd)

D13  $p = P(L > 7) = \text{normalcdf}(7, 10^{99}, 8, 1, 3) \approx 0,779... \text{ en } P(X = 5) = \text{Ans}^5 \approx 0,287.$   
OF:  $P(X = 5) = \text{binompdf}(5, \text{Ans}, 5) \approx 0,287.$

D14  $P(U = 100) = P(18 \text{ ogen}) = P(666) = \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}.$

$P(U = 15) = P(17 \text{ ogen}) = P(\underline{\underline{665}}) = \binom{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \frac{1}{6} = 3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{3}{216}.$

$P(U = 5) = P(16 \text{ ogen}) = P(\underline{\underline{664}}) + P(\underline{\underline{655}}) = \binom{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \frac{1}{6} + \binom{3}{1} \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 = 6 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{6}{216}.$

$E(U) = 100 \cdot \frac{1}{216} + 15 \cdot \frac{3}{216} + 5 \cdot \frac{6}{216} + 0 \cdot \dots = \frac{175}{216} \approx 0,81 (\text{€}).$

De winstverwachting per spel is  $E(W) = E(U) - 1 \approx -0,19 (\text{€}).$

$$\begin{aligned} & 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^8 - \binom{8}{1} \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^7 \approx 0,395. \\ & 1 * \left(\frac{5}{6}\right)^8 * \frac{8}{8} * \text{nCr} \\ & 1 * 1 * 6 * \left(\frac{5}{6}\right)^7 * \frac{8}{8} * \text{nCr} \\ & \cdot 3953230977 \\ & 1 - \text{binomcdf}(8, 1/6, 1) \\ & \cdot 3953230977 \\ & \boxed{5 * 1 / 6 + 1 + 1 / 6 + 5 / (6 / 11) * \text{Frac}} \\ & 67 / 6 \end{aligned}$$

Plot1	Plot2	Plot3
$\text{Y1} \equiv (-2X^2+21X+20) / 150$		
$\text{Y2} \equiv 0,45$		
$\text{Y3} \equiv$		
$\text{Y4} \equiv$		
$\text{Y5} \equiv$		
$\text{Y6} \equiv$		
$\text{X} = 7$		

Plot1	Plot2	Plot3
$\text{Y1} \equiv 5 / X + 4 / ((X-1) * (X-2))$		
$\text{Y2} \equiv 0,15$		
$\text{Y3} \equiv$		
$\text{Y4} \equiv$		
$\text{Y5} \equiv$		
$\text{Y6} \equiv$		
$\text{X} = 10$		

$$\begin{aligned} & 1 - \text{binomcdf}(10, 0, 78, 8) \\ & \cdot 3184693845 \\ & \text{binompdf}(10, 0, 78, 9) + \text{binompdf}(10, 0, 78, 10) \\ & \cdot 3184693843 \end{aligned}$$

D9a  $P(A = 5) = \text{binompdf}(15, 0, 36, 5) \approx 0,209.$

D9b  $P(X \leq 10) = \text{binomcdf}(15, 0, 36 + 0,21, 10) \approx 0,845. (X = \text{het aantal keer "A of C"})$

D9c  $P(X = 8 \text{ of } X = 9) = \text{binompdf}(15, 0, 36 + 0,21, 8) + \text{binompdf}(15, 0, 36 + 0,21, 9) \approx 0,396.$

D9d  $P(C = 0) = \text{binompdf}(15, 0, 21, 0) \approx 0,029.$

D10a  $P(E > 10) = 1 - P(E \leq 10) = 1 - \text{binomcdf}(16, \frac{1}{2}, 10) \approx 0,105.$

D10b  $P(Z < 3) = P(Z \leq 2) = \text{binomcdf}(16, \frac{1}{6}, 2) \approx 0,487.$

D10c  $P(5 < X < 10) = P(X \leq 9) - P(X \leq 5) = \text{binomcdf}(16, \frac{2}{6}, 9) - \text{binomcdf}(16, \frac{2}{6}, 5) \approx 0,437. (X = \text{het aantal keer "1 of 2"})$

D11a  $P(V > 10) = 1 - P(V \leq 10) = 1 - \text{binomcdf}(20, 0, 42, 10) \approx 0,170.$

D11b  $P(\underline{\underline{aaaaaaaaavvvvvvvv}}) = \binom{20}{10} \cdot 0,51^{10} \cdot 0,42^{10} \approx 0,038. (\text{niet binomaal !!!, want } 0,51 + 0,42 \neq 1)$

D12  $P(T \geq 5) = 1 - P(T \leq 4) = 1 - \text{binomcdf}(n, \frac{3}{36}) \text{ (zie rooster op voorblad), 4} > 0,90 \text{ (TABLE)} \Rightarrow n \geq 94.$

Dus minstens 94 keer gooien. (door de tabel bladeren kost wel even wat tijd)

D13  $p = P(L > 7) = \text{normalcdf}(7, 10^{99}, 8, 1, 3) \approx 0,779... \text{ en } P(X = 5) = \text{Ans}^5 \approx 0,287.$   
OF:  $P(X = 5) = \text{binompdf}(5, \text{Ans}, 5) \approx 0,287.$

D14  $P(U = 100) = P(18 \text{ ogen}) = P(666) = \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}.$

$P(U = 15) = P(17 \text{ ogen}) = P(\underline{\underline{665}}) = \binom{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \frac{1}{6} = 3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{3}{216}.$

$P(U = 5) = P(16 \text{ ogen}) = P(\underline{\underline{664}}) + P(\underline{\underline{655}}) = \binom{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \frac{1}{6} + \binom{3}{1} \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 = 6 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{6}{216}.$

$E(U) = 100 \cdot \frac{1}{216} + 15 \cdot \frac{3}{216} + 5 \cdot \frac{6}{216} + 0 \cdot \dots = \frac{175}{216} \approx 0,81 (\text{€}).$

De winstverwachting per spel is  $E(W) = E(U) - 1 \approx -0,19 (\text{€}).$

Plot1	Plot2	Plot3
$\text{Y1} \equiv -\text{binomcdf}(X, 3 / 36, 4)$		
$\text{Y2} \equiv 0,90$		
$\text{Y3} \equiv$		
$\text{Y4} \equiv$		
$\text{Y5} \equiv$		
$\text{Y6} \equiv$		
$\text{X} = 94$		

normalcdf(7, 10^99, 9, 8, 1, 3)	normalcdf(7, 10^99, 9, 8, 1, 3)
$\cdot 7791219069$	$\cdot 7791219069$
$\text{Ans}^5$	$\text{Ans}^5$
$\cdot 2870959584$	$\cdot 2870959584$

$u$	100	15	5	0
$P(U = u)$	$\frac{1}{216}$	$\frac{3}{216}$	$\frac{6}{216}$	$\dots$

$$\begin{aligned} & 100 * 1 + 15 * 3 + 5 * 6 \\ & \text{Ans} / 216 \quad 175 \\ & \text{Ans}^{-1} \quad .8101851852 \\ & \text{Ans}^{-1} \quad .1898148148 \end{aligned}$$

D15a  $E(X) = 6,35$  en  $\sigma_X \approx 2,20$  (1-Var Stats L1,L2).

D15b  $E(T) = E(X) + E(Y) = 6,35 + 5,89 = 12,24$

$$\sigma_{\tau} = \sqrt{(\sigma_x)^2 + (\sigma_y)^2} \approx \sqrt{220^2 + 184^2} \approx$$

$$\sigma_T = \sqrt{(\sigma_X)^2 + (\sigma_Y)^2} \approx \sqrt{2,20^2 + 1,84^2} \approx 2,87.$$

The TI-Nspire CX CAS screen displays the following results for the 1-Var Stats command applied to list L1:

L1	L2	L3
.47		
.12		
.08		
.37		
.16		
.19		
.22		

1-Var Stats  
 $\bar{x}=6.39$   
 $s=6.35$   
 $s_x=45.15$   
 $Sx=$   
 $\sigma x=2.197157254$   
 $\downarrow n=1$

## Gemengde opgaven 11. Kansverdelingen

$$G22a \quad P(\text{mm}) = \frac{x}{30} \cdot \frac{x-1}{29} > 0,3 \text{ (TABLE)} \Rightarrow x = 7 \vee x = 8 \vee \dots \vee x = 30.$$

Dus er zijn minstens 17 meisjes in de klas van 30 leerlingen.

$$G22b \quad P(\text{mm,j}) = \frac{x}{30} \cdot \frac{x-1}{29} \cdot \frac{30-x}{28} \quad (\text{TABLE}) \Rightarrow P(\text{mm,j}) \text{ is maximaal } 0,156 \text{ voor } x=20.$$

Deze kans is maximaal 0.156 als er 20 meisjes en 10 jongens in de klas zitten.

$$G23a \quad p = P(6) = \frac{1}{6} \text{ en } P(A > 2) = 1 - P(A \leq 2) = 1 - \text{binomcdf}(10, \frac{1}{6}, 2) \approx 0,225.$$

$$G23b \quad p = P(\text{som} > 9) = \frac{6}{36} \text{ (zie het rooster)} \text{ en } P(B \geq 4) = 1 - P(B \leq 3) = 1 - \text{binomcdf}(12, \frac{6}{36}, 3) \approx 0,125$$

$$G23c \quad p = P(\text{som} \leq 5) = P(\text{som} = 3 \text{ or } \text{som} = 4 \text{ or } \text{som} = 5) = P(111) + P(\underline{112}) + P(\underline{113}) + P(\underline{122}) \\ = \left(\frac{1}{6}\right)^3 + \binom{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 + \binom{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 + \binom{3}{1} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216} + \frac{3}{216} + \frac{3}{216} + \frac{3}{216} = \frac{10}{216}$$

De gevraagde kans is  $P(C \leq 2) = \text{binomcdf}(20, \frac{10}{216}, 2) \approx 0,937$ .

G23d  $\blacksquare$   $p = P(1) = \frac{1}{6}$  en  $P(D \geq 3) = 1 - P(D \leq 2) = 1 - \text{binomcdf}(n, \frac{1}{6}, 2) > 0,95$  (TABLE)  $\Rightarrow n \geq 36$   
Dus minstens 36 keer gooien.

$$G23e \quad p = P(\text{minstens één } 6) = \frac{11}{36} \text{ (zie de grijze vakjes in het rooster)} \text{ of } 1 - P(\text{geen } 6) = 1 - P(\bar{6}\bar{6}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^2. \frac{1 - \left(\frac{5}{6}\right)^2}{11/36} = \frac{11}{36}$$

G24q  $R$  = het aantal reizigers:  $P(R \leq 1250) = \text{binomcdf}(1350, 0.92, 1250) \approx 0.802$ .

G24b  $\blacksquare P(R > 1250) = 1 - P(R \leq 1250) = 1 - \text{binomcdf}(n, 0.92, 1250) \leq 0,05$  (TABLE)  $\Rightarrow n \leq 1341$   
 DUS maximaal 1341 zitplaatsen verkopen. (het bladzijde daan de tabel is een tijdervaring)

$$G25a \quad E(U) = 5000 \times \frac{1}{10000} + 1000 \times \frac{2}{10000} + 50 \times \frac{7}{10000} + 5 \times \frac{490}{10000} = 0,98 \text{ (\euro)}. \quad \frac{u}{P(U)} \\ E(W) = E(U) - 2,50 = 0,98 - 2,50 = -1,52 \text{ (\euro)}.$$

$$G25b \quad P(\text{minstens één prijs}) = 1 - P(\text{geen prijs}) = 1 - \frac{\binom{9500}{7}}{\binom{10000}{7}} \approx 0,302. \quad \boxed{\begin{array}{l} 1-\binom{9500}{7} \text{Cr } 7/100 \\ \binom{10000}{7} \text{Cr } 7 \\ \hline .3017399186 \end{array}}$$

$$G25c \quad P(\text{minstens één prijs}) = 1 - P(\text{geen prijs}) = 1 - \frac{\binom{9500}{14}}{\binom{10000}{14}} \approx 0,513 \neq 2 \cdot 0,302.$$

$$G25d \quad P(\text{minstens één prijs}) = 1 - P(\text{geen prijs}) = 1 - \frac{\binom{9500}{n}}{\binom{10000}{n}} > 2 \cdot \left(1 - \frac{\binom{9500}{7}}{\binom{10000}{7}}\right) \text{ (TABLE)} \Rightarrow n$$

Dus Amalia moet minstens 19 loten kopen.

$$G26a \blacksquare P(U=1) = P(\underline{++-}) = \frac{\binom{3}{2} \cdot \binom{77}{18}}{\binom{80}{20}} \approx 0,139 \text{ of } P(\underline{++-}) = \frac{\binom{20}{2} \cdot \binom{60}{1}}{\binom{80}{3}} \approx 0,139.$$

$$G26b \quad P(U=43) = P(++) = \frac{\binom{3}{3} \cdot \binom{77}{17}}{\binom{80}{80}} \approx 0,014 \quad \text{of} \quad P(++) = \frac{\binom{20}{3}}{\binom{80}{80}} \approx 0,014.$$

$$E(W) = 1, 0.139 \pm 43, 0.014, -0.74 \text{ (t)} \rightarrow E(W) = 0.74, 1, -0.26 \text{ (t)}$$

$$G26c \quad P(U=12) = P(++) = \frac{\binom{2}{2} \cdot \binom{78}{18}}{\binom{80}{20}} \approx 0,060 \text{ of } P(++) = \frac{\binom{20}{2}}{\binom{80}{2}} \approx 0,060.$$

$$E(W) = 12 \cdot 0.060 - 0.72 (\$) = E(W) = 0.72 - 0.72 (\$)$$

G27a ■ De kosten zijn:  $4 \cdot 2 + 8 = 16$  (€);  $P(\text{neg.}) = \left(\frac{19}{20}\right)^4 = 0,95^4 \approx 0,8145$ .

G27b ■  $P(\text{pos.}) = 1 - P(\text{negatief}) = 1 - 0,95^4 \approx 0,1855$ ; de kosten zijn dan:  $16$  (zie 27a) +  $4 \cdot 8 = 48$  (€).

G27c ■  $E(K) = 16 \cdot 0,95^4 + 48 \cdot (1 - 0,95^4)$  (€)  $\Rightarrow$  per monster  $E = \frac{E(K)}{4} \approx 5,48$  (€).

G27d ■  $P(\text{neg.}) = 0,95^5$  met kosten  $5 \cdot 2 + 8 = 18$  (€) en  $P(\text{pos.}) = 1 - 0,95^5$  met kosten  $18 + 5 \cdot 8 = 58$  (€).

$E(K) = 18 \cdot 0,95^5 + 58 \cdot (1 - 0,95^5)$  (€)  $\Rightarrow$  per monster  $E = \frac{E(K)}{5} \approx 5,41$  (€).

G27e ■  $P(\text{neg.}) = 0,95^n$  met kosten  $n \cdot 2 + 8 = 2n + 8$  (€) en  $P(\text{pos.}) = 1 - 0,95^n$  met kosten  $2n + 8 + n \cdot 8 = 10n + 8$  (€).

$$E(K) = (2n + 8) \cdot 0,95^n + (10n + 8) \cdot (1 - 0,95^n) = 2n \cdot 0,95^n + 8 \cdot 0,95^n + 10n - 10n \cdot 0,95^n + 8 - 8 \cdot 0,95^n \\ = 10n - 8n \cdot 0,95^n + 8 \text{ (€)} \Rightarrow \text{per monster } E = \frac{E(K)}{n} = 10 - 8 \cdot 0,95^n + \frac{8}{n} \text{ (€).}$$

G27f ■  $E = 10 - 8 \cdot 0,95^n + \frac{8}{n}$  (TABLE)  $\Rightarrow E$  is minimaal voor  $n = 5$ .

$k$	16	48
$P(K = k)$	0,8145	0,1855
$16 \cdot 0,95^k + 48 \cdot (1 - 0,95^k)$	21,9358	
$\text{Ans}/4$	5,48395	
$18 \cdot 0,95^5 + 58 \cdot (1 - 0,95^5)$	27,0487625	
$\text{Ans}/5$	5,4097525	

G28a ■  $P(U = 5000) = P(\underline{\text{wwww}}\bar{\text{r}}) = P(\underline{\text{wwww}}) \cdot P(\text{r}) = \frac{\binom{5}{4} \cdot \binom{40}{1}}{\binom{45}{5}} \cdot \frac{1}{45} \approx 3,63774 \cdot 10^{-6} = \frac{1}{x} \Rightarrow x \approx 274896$ .

G28b ■ Het zou wel 1 op 45 zijn als het alleen om de rode bal in de tweede trommel zou gaan.

$$P(U = 1) = P(\bar{\text{w}} \underline{\text{w}} \underline{\text{w}} \underline{\text{w}} \text{r}) = P(\bar{\text{w}} \underline{\text{w}} \underline{\text{w}} \underline{\text{w}}) \cdot P(\text{r}) = \frac{\binom{40}{5}}{\binom{45}{5}} \cdot \frac{1}{45} \approx 0,011968... = \frac{1}{x} \Rightarrow x \approx 84. \text{ (dus de onderste regel klopt wel)}$$

G28c ■ Er werden  $\frac{190 \text{ miljoen}}{0,3082} \approx 616,48 \text{ miljoen}$  formulieren ingevuld in deze 16 trekkingen.

G28d ■  $E(U) = 100000 \times \frac{1}{1249526} + 5000 \times \frac{1}{274896} + 100 \times \frac{1}{6248} + 100 \times \frac{1}{7049} + 5 \times \frac{1}{160} + 5 \times \frac{1}{556} + 2 \times \frac{1}{120} + 1 \times \frac{1}{84} \approx 0,1972$  (\$).  
De inzet per lot is 1 (\$). Dus de uitbetaling is 19,72%.

G28e ■  $P(\text{een prijs bij een trekking}) = \frac{1}{54979155} + \frac{1}{1249526} + \frac{1}{274896} + \frac{1}{6248} + \frac{1}{7049} + \frac{1}{160} + \frac{1}{556} + \frac{1}{120} + \frac{1}{84} = p$ .

$P(\text{geen prijs bij een trekking}) = 1 - p$ .

$P(\text{meer dan één keer eenprijs bij 104 trekkingen})$

$$= 1 - P(\text{geen prijs bij 104 trekkingen}) - P(\text{één prijs bij 104 trekkingen}) \\ = 1 - (1 - p)^{104} - \binom{104}{1} \cdot p \cdot (1 - p)^{103} \approx 0,801.$$

5 nCr	4*40 nCr 1
/45	5*1/45
	3,637742341e-6
1/Ans	274895,775
■ 40 nCr	5/45 nCr
5*1/45	.0119683178
1/Ans	83,55393096

100000/1249526+5
000/274896+100/6
248+100/7049+5/1
605/556+2/128+1
/84 .1972248097

G29a ■  $P(J = 2) = \text{binompdf}(4, 0,5, 2) = 0,375$  of  $P(J = 2) = P(\underline{\text{jjmm}}) = \binom{4}{2} \cdot 0,5^2 \cdot 0,5^2 = 0,375$ .

$P(J = 2) = \text{binompdf}(4, 0,51, 2) \approx 0,3747$  of  $P(J = 2) = P(\underline{\text{jjmm}}) = \binom{4}{2} \cdot 0,51^2 \cdot 0,49^2 \approx 0,3747$ .

De kansen verschillen ongeveer 0,0003.

G29b ■  $P(J \geq 285) = 1 - P(J \leq 284) = 1 - \text{binompdf}(500, 0,51, 284) \approx 0,0041$ .

G29c ■  $P(\text{jongen bij zeer dominante moeder}) = 0,75 \Rightarrow P(\text{meisje bij zeer dominante moeder}) = 1 - 0,75 = 0,25$ .

Dan zou  $P(\text{meisje bij zeer meegaande moeder}) = 5 \cdot 0,25 = 1,25 > 1$  en dat kan niet.

G29d ■ Stel  $P(\text{meisje bij zeer meegaande moeder}) = 0,75 \Rightarrow P(\text{jongen bij zeer meegaande moeder}) = 1 - 0,75 = 0,25$ .

Er geldt dan  $P(\text{meisje bij zeer dominante moeder}) = \frac{1}{5} \cdot 0,75 = 0,15 \Rightarrow P(\text{jongen bij zeer dominante moeder}) = 1 - 0,15 = 0,85$ .

NIET geldt:  $P(\text{jongen bij zeer dominante moeder}) = 5 \cdot P(\text{jongen bij zeer meegaande moeder})$ , want  $0,85 \neq 5 \cdot 0,25$ .

binompdf(4, 0,5, 2)
.375
binompdf(4, 0,51, 2)
.37470006

1-binomcdf(500, 0,51, 284)
.0041024376

1-(1-X)^104-104
10Cr 1*X*(1-X)^104
.0812160619

## TI-84 12. De binomiale verdeling

■ 1a  $P(X = 8) = \text{binompdf}(18, 0,38, 8) \approx 0,160$ .

■ 1b  $P(X = 4) = \text{binompdf}(18, 0,38, 4) \approx 0,079$ .

■ 1c  $P(X = 3) + P(X = 4) = \text{binompdf}(18, 0,38, 3) + \text{binompdf}(18, 0,38, 4) \approx 0,114$ .

OF:  $P(X = 3) + P(X = 4) = P(X \leq 4) - P(X \leq 2)$

$$= \text{binomcdf}(18, 0,38, 4) - \text{binomcdf}(18, 0,38, 2) \approx 0,114.$$

■ 1d  $P(X \leq 5) = \text{binomcdf}(18, 0,38, 5) \approx 0,262$ .

■ 1e  $1 - P(X \leq 6) = 1 - \text{binomcdf}(18, 0,38, 6) \approx 0,558$ .

■ 1f  $P(X \leq 6) - P(X \leq 2) = \text{binomcdf}(18, 0,38, 6) - \text{binomcdf}(18, 0,38, 2) \approx 0,430$ .

binomcdf(18, 0,38, 5)
.2620921086
1-binomcdf(18, 0,38, 6)
.5575756429

binomcdf(18, 0,38, 2)
.1135580468

1-binomcdf(18, 0,38, 3)
.4296870541